Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Mathématiques

Session 2023 • Polynésie • Jour 1 • Remplacement

Code sujet **23-MATJ1PO3** 4 heures

Proposition de corrigé pédagogique • FormaV

Se repérer dans le corrigé

Exercice 1 — Probabilités : choix de véhicules et consultation de la plateforme numérique
5 réponses • sujet p. 2–2

Exercice 2 — Fonctions : étude d’une fonction et de sa courbe représentative
10 réponses • sujet p. 3–4

Exercice 3 — Suites et algorithmique : itération d’une fonction quadratique
8 réponses • sujet p. 5–5

Exercice 4 — Géométrie dans l’espace : droites, vecteurs et plan — questionnaire à choix multiples
20 réponses • sujet p. 6–7

Les numéros, parties et pages renvoient au sujet original. Chaque réponse rappelle la consigne, explique la démarche et donne le résultat.

Exercice 1

4 points

Probabilités : choix de véhicules et consultation de la plateforme numérique

Question 1.a.

Sujet p. 2

> Calculer la probabilité qu'un client choisi au hasard souhaite acquérir un véhicule à moteur électrique et ait consulté la plateforme numérique. On pourra utiliser un arbre pondéré.

On utilise la formule de probabilité d'une intersection avec une probabilité conditionnelle :

$P(E \cap C) = P(E) \times P(C \mid E)$.

Or $P(E) = 0{,}20$ et $P(C \mid E) = 0{,}50$, donc $P(E \cap C) = 0{,}20 \times 0{,}50 = 0{,}10$.

RÉPONSE À RETENIR

La probabilité qu'un client souhaite un véhicule électrique et ait consulté la plateforme est $\boxed{0{,}10}$.

Question 1.b.

Sujet p. 2

> Démontrer que P(C) = 0,4, où C désigne l'événement « un client a consulté la plateforme numérique ».

Les événements E et T forment une partition : un client souhaite soit un véhicule électrique, soit un véhicule thermique. D'après la formule des probabilités totales :

$P(C) = P(E)P(C \mid E) + P(T)P(C \mid T)$.

En remplaçant par les données : $P(C) = 0{,}20 \times 0{,}50 + 0{,}80 \times 0{,}375 = 0{,}10 + 0{,}30 = 0{,}40$.

RÉPONSE À RETENIR

On a bien $\boxed{P(C) = 0{,}4}$.

Question 1.c.

Sujet p. 2

> On suppose qu'un client a consulté la plateforme numérique. Calculer la probabilité que le client souhaite acheter un véhicule à moteur électrique.

On cherche $P(E \mid C)$. Par la définition d'une probabilité conditionnelle, $P(E \mid C) = \dfrac{P(E \cap C)}{P(C)}$. Les résultats précédents donnent :

$P(E \mid C) = \dfrac{0{,}10}{0{,}40} = 0{,}25$.

RÉPONSE À RETENIR

Sachant que le client a consulté la plateforme, la probabilité qu'il souhaite acheter un véhicule électrique est $\boxed{0{,}25}$.

Question 2.a.

Sujet p. 2

> La concession accueille quotidiennement 17 clients en moyenne. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de clients souhaitant acquérir un véhicule à moteur électrique. Préciser la nature et les paramètres de la loi de

probabilité suivie par X.

Dans le modèle binomial attendu, on considère les 17 clients comme les 17 essais indépendants. Pour chacun, la probabilité de souhaiter un véhicule électrique est $p = P(E) = 0{,}20$. La variable X compte le nombre de succès parmi ces essais indépendants ; elle suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 17$ et $p = 0{,}20$.

La formulation « 17 clients en moyenne » ne précise pas, à elle seule, le nombre exact de clients chaque jour. La loi binomiale ci-dessous repose donc sur la convention du modèle de l'exercice : prendre 17 clients comme nombre d'essais.

RÉPONSE À RETENIR

Sous cette hypothèse, $\boxed{X \sim \mathcal{B}(17\,;\,0{,}20)}$.

Question 2.b.

Sujet p. 2

Calculer la probabilité qu'au moins trois des clients souhaitent acheter un véhicule à moteur électrique lors d'une journée. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.

On calcule l'événement contraire : « au plus deux clients souhaitent acheter un véhicule électrique ». Avec $X \sim \mathcal{B}(17\,;\,0{,}20)$, la formule de la loi binomiale donne :

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$
$$= 1 - \left[\binom{17}{0}(0{,}2)^0(0{,}8)^{17} + \binom{17}{1}(0{,}2)(0{,}8)^{16} + \binom{17}{2}(0{,}2)^2(0{,}8)^{15}\right].$$

Le calcul donne $P(X \geq 3) \approx 0{,}69038$, soit $0{,}69$ au centième près.

RÉPONSE À RETENIR

Sous l'hypothèse du modèle binomial à 17 essais, la probabilité qu'au moins trois clients souhaitent acheter un véhicule électrique est $\boxed{0{,}69}$ à 10^{-2} près.

Exercice 2

6 points

Fonctions : étude d'une fonction et de sa courbe représentative

Partie A

Question 1.

Sujet p. 3

> On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = (x + 1/2)e^{-x} + x. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

On a $f(x) = (x + \frac{1}{2})e^{-x} + x$. Lorsque $x \to -\infty$, on a $x + \frac{1}{2} \to -\infty$ et $e^{-x} \to +\infty$, donc $(x + \frac{1}{2})e^{-x} \to -\infty$. Le terme x tend lui aussi vers $-\infty$, d'où la limite de f.

Lorsque $x \to +\infty$, $xe^{-x} \to 0$ et $e^{-x} \to 0$. Ainsi $(x + \frac{1}{2})e^{-x} \to 0$, tandis que $x \to +\infty$.

RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

Question 2.a.

Sujet p. 3

> On admet que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Démontrer que, pour tout x $\in \mathbb{R}$, f″(x) = (x − 3/2)e^{-x}.

En dérivant le produit $(x + \frac{1}{2})e^{-x}$, puis en ajoutant la dérivée de x, on obtient

$f'(x) = e^{-x} - (x + \frac{1}{2})e^{-x} + 1 = (\frac{1}{2} - x)e^{-x} + 1.$

On dérive encore :

$f''(x) = -e^{-x} - (\frac{1}{2} - x)e^{-x} = (x - \frac{3}{2})e^{-x}.$

RÉPONSE À RETENIR

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\boxed{f''(x) = (x - \frac{3}{2})e^{-x}}$.

Question 2.b.

Sujet p. 3

> En déduire les variations et le minimum de la fonction f′ sur $\mathbb{R}$.

Comme $e^{-x} > 0$ pour tout réel x, le signe de $f''(x) = (x - \frac{3}{2})e^{-x}$ est celui de $x - \frac{3}{2}$. Ainsi, f' décroît jusqu'à $x = \frac{3}{2}$, puis croît.

La valeur au point où cette variation change est

$f'(\frac{3}{2}) = 1 + (\frac{1}{2} - \frac{3}{2})e^{-3/2} = 1 - e^{-3/2}.$

De plus, la formule de f' donne $\lim_{x \to -\infty} f'(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} f'(x) = 1$.

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $f''(x)$	$-$	0	$+$
Variations de f'	$+\infty$ décroît	minimum $1 - e^{-3/2}$	croît vers 1

RÉPONSE À RETENIR

La fonction f' décroît sur $(-\infty, \frac{3}{2}]$, puis croît sur $[\frac{3}{2}, +\infty)$. Son minimum, atteint en $x = \frac{3}{2}$, vaut $\boxed{1 - e^{-3/2}}$.

Question 2.c.

Sujet p. 3

> Justifier que, pour tout x ∈ ℝ, f'(x) > 0.

La question précédente montre que, pour tout réel x, $f'(x) \geq 1 - e^{-3/2}$. Or $e^{-3/2} < 1$, donc $1 - e^{-3/2} > 0$. Par conséquent, $f'(x) > 0$ pour tout réel x.

RÉPONSE À RETENIR

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\boxed{f'(x) > 0}$.

Question 2.d.

Sujet p. 3

> En déduire que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution sur ℝ.

La fonction f est continue sur $\mathbb{R}$. Comme $f'(x) > 0$ partout, elle est strictement croissante. D'après la question 1, ses limites en $-\infty$ et $+\infty$ sont respectivement $-\infty$ et $+\infty$. Le théorème des valeurs intermédiaires garantit donc que f s'annule au moins une fois. Sa stricte croissance garantit que cette solution est unique.

RÉPONSE À RETENIR

L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution réelle.

Question 2.e.

Sujet p. 3

> Donner une valeur arrondie à 10^{-3} de cette solution.

La solution se détermine numériquement. On trouve, par exemple, $f(-0{,}2855) \approx -0{,}000123$ et $f(-0{,}2854) \approx 0{,}000081$. Comme f est strictement croissante, son unique zéro x_0 vérifie $-0{,}2855 < x_0 < -0{,}2854$. Cette borne suffit pour arrondir au millième : les deux bornes sont dans l'intervalle d'arrondi correspondant à $-0{,}285$.

RÉPONSE À RETENIR

La solution arrondie à 10^{-3} près est $\boxed{x_0 \approx -0{,}285}$.

Partie B

Question 1.

Sujet p. 4

> On considère une fonction h, définie et dérivable sur ℝ, ayant une expression de la forme h(x) = (ax + b)e⁻ˣ + x, où a et b sont deux réels. À l'aide du graphique, conjecturer, avec la précision permise par celui-ci, les abscisses des éventuels points d'inflexion de la courbe représentative de h.

À la lecture du graphique de la page 4, la courbe de h semble changer de convexité aux environs de l'abscisse $1{,}5$. Cette valeur est une conjecture graphique et reste approximative.

RÉPONSE À RETENIR

On conjecture un point d'inflexion d'abscisse environ $\boxed{1{,}5}$.

Question 2.

Sujet p. 4

Sachant que la fonction h admet sur $\mathbb{R}$ une dérivée seconde d'expression h″(x) = −(3/2)e⁻ˣ + xe⁻ˣ, valider ou non la conjecture précédente.

On factorise l'expression de la dérivée seconde donnée :

$h''(x) = -\frac{3}{2}e^{-x} + xe^{-x} = (x - \frac{3}{2})e^{-x}$.

Comme $e^{-x} > 0$, $h''(x) < 0$ si $x < \frac{3}{2}$, $h''(\frac{3}{2}) = 0$, et $h''(x) > 0$ si $x > \frac{3}{2}$. La dérivée seconde change donc de signe en $\frac{3}{2}$, ce qui établit que la courbe admet un point d'inflexion à cette abscisse et valide la conjecture graphique.

RÉPONSE À RETENIR

La conjecture est validée : l'abscisse exacte du point d'inflexion est $\boxed{\frac{3}{2}}$.

Question 3.

Sujet p. 4

Les points A et B ont pour coordonnées respectives (−2 ; −2,5) et (2 ; 3,5). Déterminer une équation de la droite (AB).

Le coefficient directeur de la droite (AB) est

$m = \dfrac{3{,}5 - (-2{,}5)}{2 - (-2)} = \dfrac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Une équation de la droite est donc $y = \frac{3}{2}x + c$. En utilisant les coordonnées de B, on obtient $3{,}5 = \frac{3}{2} \times 2 + c = 3 + c$, donc $c = 0{,}5$.

RÉPONSE À RETENIR

Une équation de (AB) est $\boxed{y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}}$.

Question 4.

Sujet p. 4

Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe représentative de la fonction h au point d'abscisse 0, en déduire les valeurs de a et b.

La tangence a lieu au point d'abscisse 0. Ce point appartient à (AB), dont l'ordonnée à l'origine est $\frac{1}{2}$, donc $h(0) = \frac{1}{2}$. Or $h(0) = b$, d'où $b = \frac{1}{2}$.

En dérivant $h(x) = (ax + b)e^{-x} + x$, on trouve $h'(x) = [a - (ax + b)]e^{-x} + 1$. La pente de la tangente en 0 est celle de (AB), soit $\frac{3}{2}$. Ainsi $h'(0) = a - b + 1 = \frac{3}{2}$. En remplaçant b par $\frac{1}{2}$, on obtient $a = 1$.

RÉPONSE À RETENIR

Les paramètres sont $\boxed{a = 1 \text{ et } b = \frac{1}{2}}$.

Exercice 3

5 points

Suites et algorithmique : itération d'une fonction quadratique

Question 1.

Sujet p. 5

> On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = (3/4)x² − 2x + 3. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

On dérive le trinôme : $f'(x) = \frac{3}{2}x - 2 = \frac{3}{2}\left(x - \frac{4}{3}\right)$. Ainsi, $f'(x) < 0$ si $x < \frac{4}{3}$, $f'(\frac{4}{3}) = 0$, et $f'(x) > 0$ si $x > \frac{4}{3}$. La fonction décroît donc jusqu'à $x = \frac{4}{3}$, puis croît. Son minimum est $f(\frac{4}{3}) = \frac{3}{4} \times \frac{16}{9} - \frac{8}{3} + 3 = \frac{5}{3}$. Comme le coefficient de x^2 est positif, $f(x)$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $-\infty$ ou $+\infty$.

RÉPONSE À RETENIR

Le tableau de variations est :

x	$-\infty$	$(-\infty ; \frac{4}{3})$	$\frac{4}{3}$	$(\frac{4}{3} ; +\infty)$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	$+\infty$	↘	$\frac{5}{3}$	↗	$+\infty$

Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est donc $\frac{5}{3}$, atteint en $x = \frac{4}{3}$.

Question 2.

Sujet p. 5

> En déduire que, pour tout x appartenant à l'intervalle [4/3 ; 2], f(x) appartient à l'intervalle [4/3 ; 2].

D'après le tableau de variations, f est croissante sur $[\frac{4}{3} ; 2]$. L'image de cet intervalle est donc l'intervalle délimité par les images de ses extrémités. Or $f(\frac{4}{3}) = \frac{5}{3}$ et $f(2) = \frac{3}{4} \times 4 - 4 + 3 = 2$. Ainsi, $f([\frac{4}{3} ; 2]) = [\frac{5}{3} ; 2]$. Comme $\frac{5}{3} \geq \frac{4}{3}$, on a $[\frac{5}{3} ; 2] \subset [\frac{4}{3} ; 2]$.

RÉPONSE À RETENIR

Pour tout $x \in [\frac{4}{3} ; 2]$, $f(x) \in [\frac{5}{3} ; 2] \subset [\frac{4}{3} ; 2]$. C'est bien le résultat demandé.

Question 3.

Sujet p. 5

> Démontrer que, pour tout réel x, x ≤ f(x). Pour cela, on pourra démontrer que, pour tout réel x, f(x) − x = (3/4)(x − 2)².

Pour tout réel x, on développe puis on factorise : $f(x) - x = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 3 = \frac{3}{4}(x^2 - 4x + 4) = \frac{3}{4}(x - 2)^2$. Un carré est positif ou nul et $\frac{3}{4} > 0$, donc cette différence est toujours positive ou nulle.

RÉPONSE À RETENIR

Pour tout réel x, $f(x) - x = \frac{3}{4}(x - 2)^2 \geq 0$, donc $x \leq f(x)$. L'égalité a lieu pour $x = 2$.

Étude du cas : 4/3 ≤ u₀ ≤ 2

Question 4.a.

Sujet p. 5

> On considère la suite (uₙ) définie par $u_{n+1} = f(u_n)$, avec $4/3 \leq u_0 \leq 2$. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$.

On démontre par récurrence la propriété plus forte P_n : $\frac{4}{3} \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$.

Initialisation : par hypothèse, $u_0 \in [\frac{4}{3}; 2]$. D'après la question 2, $u_1 = f(u_0) \in [\frac{4}{3}; 2]$. D'après la question 3, $u_0 \leq f(u_0) = u_1$. Donc P_0 est vraie.

Hérédité : supposons P_n vraie. Alors $u_{n+1} \in [\frac{4}{3}; 2]$, donc, par la question 2, $u_{n+2} = f(u_{n+1}) \in [\frac{4}{3}; 2]$. De plus, la question 3 donne $u_{n+1} \leq f(u_{n+1}) = u_{n+2}$. Ainsi $\frac{4}{3} \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2$, ce qui prouve P_{n+1}.

La propriété est donc vraie pour tout entier naturel n, par récurrence.

RÉPONSE À RETENIR

Pour tout entier naturel n, $\frac{4}{3} \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$. En particulier, $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$, comme demandé.

Question 4.b.

Sujet p. 5

> En déduire que la suite (uₙ) est convergente.

D'après la question 4.a, (u_n) est croissante, car $u_n \leq u_{n+1}$, et majorée par 2, car $u_{n+1} \leq 2$ pour tout n. Le théorème de convergence des suites monotones s'applique.

RÉPONSE À RETENIR

La suite (u_n) est croissante et majorée par 2 ; elle est donc convergente.

Question 4.c.

Sujet p. 5

> Prouver que la limite de la suite est égale à 2.

Notons ℓ la limite de la suite, dont l'existence est établie à la question 4.b. La fonction f étant continue, la relation $u_{n+1} = f(u_n)$ donne, en passant à la limite, $\ell = f(\ell)$. Par l'identité de la question 3, $f(\ell) - \ell = \frac{3}{4}(\ell - 2)^2$. Comme $f(\ell) = \ell$, on obtient $\frac{3}{4}(\ell - 2)^2 = 0$, donc $\ell = 2$.

RÉPONSE À RETENIR

La limite de (u_n) est égale à 2.

Étude du cas particulier : u₀ = 3

Question 5.

Sujet p. 5

> On admet que, dans le cas $u_0 = 3$, la suite (uₙ) tend vers $+\infty$. Recopier et compléter la fonction « seuil » suivante, écrite en Python, afin qu'elle renvoie la plus petite valeur de n telle que uₙ soit supérieur ou égal à 100 : def seuil() : u = 3 n = 0 while … u = … n = … return n

On part de $u_0 = 3$ et de l'indice $n = 0$. Tant que la valeur courante de u est strictement inférieure à 100, on calcule le terme suivant à l'aide de la relation de récurrence, puis on augmente l'indice de 1. À la sortie de la boucle, $u \geq 100$; comme les indices sont parcourus à partir de 0 dans l'ordre, l'indice renvoyé est le plus

petit qui convient.

RÉPONSE À RETENIR

```
def seuil():
    u = 3
    n = 0
    while u < 100:
        u = 3/4 * u**2 - 2*u + 3
        n = n + 1
    return n
```

Étude du cas : $u_0 > 2$

Question 6.

Sujet p. 5

> À l'aide d'un raisonnement par l'absurde, montrer que la suite (u_n) n'est pas convergente.

Supposons, par l'absurde, que (u_n) converge vers une limite réelle ℓ. Pour tout $x > 2$, la question 3 donne $f(x) - x = \frac{3}{4}(x-2)^2 > 0$. Comme $u_0 > 2$, une récurrence montre donc que $u_{n+1} > u_n > 2$ pour tout n. En particulier, $u_n \geq u_0$, donc, si la suite converge, $\ell \geq u_0 > 2$.

En passant à la limite dans $u_{n+1} = f(u_n)$, la continuité de f donne $\ell = f(\ell)$. Or $f(\ell) - \ell = \frac{3}{4}(\ell-2)^2$, donc cette égalité impose $\ell = 2$. Cela contredit $\ell > 2$.

RÉPONSE À RETENIR

L'hypothèse de convergence conduit à une contradiction. La suite (u_n) n'est donc pas convergente lorsque $u_0 > 2$.

Exercice 4

5 points

Géométrie dans l'espace : droites, vecteurs et plan — questionnaire à choix multiples

Question Question 1 – a.

Sujet p. 6

> Dans un repère orthonormé, on considère A(6 ; −6 ; 6), B(−6 ; 0 ; 6), C(−2 ; −2 ; 11) et la droite (d), orthogonale aux deux droites sécantes (AB) et (BC) et passant par A. Parmi les vecteurs proposés, lequel est un vecteur directeur de (d) ? Option a : $\vec{u}_1$ = (−6 ; 3 ; 0).

On calcule $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0)$ et $\overrightarrow{BC} = (4; -2; 5)$. Un vecteur directeur de (d) doit être orthogonal à ces deux vecteurs. Pour l'option a, $\vec{u}_1 = (-6; 3; 0)$, on trouve $\vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{AB} = (-6)(-12) + 3 \times 6 = 90 \neq 0$. Cette option ne convient donc pas.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **a** est incorrecte. La bonne réponse à la question 1 est l'option **d**.

Question Question 1 – b.

Sujet p. 6

> Dans un repère orthonormé, on considère A(6 ; −6 ; 6), B(−6 ; 0 ; 6), C(−2 ; −2 ; 11) et la droite (d), orthogonale aux deux droites sécantes (AB) et (BC) et passant par A. Parmi les vecteurs proposés, lequel est un vecteur directeur de (d) ? Option b : $\vec{u}_2$ = (1 ; 2 ; 6).

Un vecteur directeur de (d) doit être orthogonal à $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0)$ et à $\overrightarrow{BC} = (4; -2; 5)$. Pour l'option b, $\vec{u}_2 = (1; 2; 6)$ vérifie $\vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{AB} = -12 + 12 = 0$, mais $\vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{BC} = 4 - 4 + 30 = 30 \neq 0$. Il ne convient donc pas.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **b** est incorrecte. La bonne réponse à la question 1 est l'option **d**.

Question Question 1 – c.

Sujet p. 6

> Dans un repère orthonormé, on considère A(6 ; −6 ; 6), B(−6 ; 0 ; 6), C(−2 ; −2 ; 11) et la droite (d), orthogonale aux deux droites sécantes (AB) et (BC) et passant par A. Parmi les vecteurs proposés, lequel est un vecteur directeur de (d) ? Option c : $\vec{u}_3$ = (1 ; 2 ; 0,2).

Pour être un vecteur directeur de (d), le vecteur proposé doit être orthogonal à $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0)$ et à $\overrightarrow{BC} = (4; -2; 5)$. Pour l'option c, $\vec{u}_3 = (1; 2; 0{,}2)$, le produit scalaire avec $\overrightarrow{AB}$ est nul, mais $\vec{u}_3 \cdot \overrightarrow{BC} = 4 - 4 + 5 \times 0{,}2 = 1 \neq 0$. Cette option ne convient donc pas.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **c** est incorrecte. La bonne réponse à la question 1 est l'option **d**.

Question Question 1 – d.

Sujet p. 6

> Dans un repère orthonormé, on considère A(6 ; −6 ; 6), B(−6 ; 0 ; 6), C(−2 ; −2 ; 11) et la droite (d), orthogonale aux deux droites sécantes (AB) et (BC) et passant par A. Parmi les vecteurs proposés, lequel est un vecteur directeur de (d) ? Option d : u⃗₄ = (1 ; 2 ; 0).

On a $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0)$ et $\overrightarrow{BC} = (4; -2; 5)$. Pour l'option d, $\vec{u}_4 = (1; 2; 0)$, les produits scalaires sont $\vec{u}_4 \cdot \overrightarrow{AB} = -12 + 12 = 0$ et $\vec{u}_4 \cdot \overrightarrow{BC} = 4 - 4 = 0$. Ce vecteur est donc orthogonal aux deux droites sécantes et dirige la droite (d).

RÉPONSE À RETENIR

L'option **d** est la réponse exacte à la question 1.

Question Question 2 – a.

Sujet p. 6

> Parmi les équations proposées, laquelle est une représentation paramétrique de la droite (AB), avec A(6 ; −6 ; 6) et B(−6 ; 0 ; 6) ? Option a : x = 2t − 6, y = −6, z = t + 6, avec t ∈ ℝ.

Un vecteur directeur de (AB) est $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0)$, colinéaire à $(2; -1; 0)$. Dans l'option a, les coefficients de t donnent le vecteur directeur $(2; 0; 1)$, qui n'est pas colinéaire à $\overrightarrow{AB}$. Cette représentation ne décrit donc pas (AB).

RÉPONSE À RETENIR

L'option **a** est incorrecte. La bonne réponse à la question 2 est l'option **c**.

Question Question 2 – b.

Sujet p. 6

> Parmi les équations proposées, laquelle est une représentation paramétrique de la droite (AB), avec A(6 ; −6 ; 6) et B(−6 ; 0 ; 6) ? Option b : x = 2t − 6, y = −6, z = −t − 6, avec t ∈ ℝ.

Dans l'option b, les coefficients de t donnent le vecteur directeur $(2; 0; -1)$. Or $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0)$ n'est pas colinéaire à ce vecteur. La représentation proposée ne peut donc pas être celle de (AB).

RÉPONSE À RETENIR

L'option **b** est incorrecte. La bonne réponse à la question 2 est l'option **c**.

Question Question 2 – c.

Sujet p. 6

> Parmi les équations proposées, laquelle est une représentation paramétrique de la droite (AB), avec A(6 ; −6 ; 6) et B(−6 ; 0 ; 6) ? Option c : x = 2t + 6, y = −t − 6, z = 6, avec t ∈ ℝ.

Dans l'option c, pour $t = 0$, on obtient $(6; -6; 6) = A$. Le vecteur directeur associé aux coefficients de t est $(2; -1; 0)$, et $\overrightarrow{AB} = (-12; 6; 0) = -6(2; -1; 0)$. La droite proposée passe par A et a la direction de (AB). On peut aussi vérifier qu'elle passe par B pour $t = -6$.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **c** est la réponse exacte à la question 2.

Question Question 2 – d.

Sujet p. 6

> Parmi les équations proposées, laquelle est une représentation paramétrique de la droite (AB), avec A(6 ; −6 ; 6) et B(−6 ; 0 ; 6) ? Option d : x = 2t + 6, y = t − 6, z = 6, avec t ∈ ℝ.

Dans l'option d, les coefficients de t donnent le vecteur directeur $(2;1;0)$. Il n'est pas colinéaire à $\overrightarrow{AB} = (-12;6;0)$, qui est colinéaire à $(2;-1;0)$. Cette représentation ne décrit donc pas (AB).

> **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'option **d** est incorrecte. La bonne réponse à la question 2 est l'option **c**.

Question Question 3 – a.

Sujet p. 6, 7

> La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Un vecteur directeur de (d′) est : option a, $\vec{v}_1$ = (−6 ; 0 ; 6).

Les coefficients de t dans la représentation paramétrique de (d') donnent un vecteur directeur $(-8;4;5)$. Le vecteur de l'option a, $(-6;0;6)$, n'est pas colinéaire à celui-ci : sa deuxième coordonnée est nulle, alors que celle de $(-8;4;5)$ ne l'est pas.

> **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'option **a** est incorrecte. La bonne réponse à la question 3 est l'option **c**.

Question Question 3 – b.

Sujet p. 6, 7

> La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Un vecteur directeur de (d′) est : option b, $\vec{v}_2$ = (−14 ; 4 ; 11).

Un vecteur directeur de (d') est $(-8;4;5)$. Pour que $(-14;4;11)$ lui soit colinéaire, les rapports des coordonnées correspondantes devraient être égaux. Or $\frac{-14}{-8} = \frac{7}{4}$, tandis que $\frac{4}{4} = 1$. Les vecteurs ne sont donc pas colinéaires.

> **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'option **b** est incorrecte. La bonne réponse à la question 3 est l'option **c**.

Question Question 3 – c.

Sujet p. 6, 7

> La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Un vecteur directeur de (d′) est : option c, $\vec{v}_3$ = (8 ; −4 ; −5).

La représentation paramétrique de (d') donne le vecteur directeur $(-8;4;5)$. Or le vecteur de l'option c vérifie $(8;-4;-5) = -1 \times (-8;4;5)$. Il lui est donc colinéaire et dirige bien la droite (d').

> **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'option **c** est la réponse exacte à la question 3.

Question Question 3 – d.

Sujet p. 6, 7

> La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Un vecteur directeur de

(d′) est : option d, $\vec{v}_4$ = (8 ; −4 ; 5).

Un vecteur directeur de (d') est $(-8;4;5)$. Pour obtenir les deux premières coordonnées de l'option d, $(8;-4;5)$, il faudrait multiplier ce vecteur par -1, ce qui donnerait comme troisième coordonnée -5, et non 5. Les vecteurs ne sont donc pas colinéaires.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **d** est incorrecte. La bonne réponse à la question 3 est l'option **c**.

Question Question 4 – a.

Sujet p. 6, 7

La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Lequel des quatre points suivants appartient à la droite (d′) ? Option a : M_1(50 ; −28 ; −29).

Pour que $M_1(50;-28;-29)$ appartienne à (d'), la coordonnée $y = 4t = -28$ impose $t = -7$. Avec cette valeur, $x = -6 - 8(-7) = 50$ et $z = 6 + 5(-7) = -29$. Les trois coordonnées concordent : le point appartient à la droite.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **a** est la réponse exacte à la question 4.

Question Question 4 – b.

Sujet p. 6, 7

La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Lequel des quatre points suivants appartient à la droite (d′) ? Option b : M_2(−14 ; −4 ; 1).

Pour le point $M_2(-14;-4;1)$, la coordonnée $y = -4$ imposerait $t = -1$. Pour cette valeur, la droite donne $x = -6 - 8(-1) = 2$, et non -14. Le point n'appartient donc pas à (d').

RÉPONSE À RETENIR

L'option **b** est incorrecte. La bonne réponse à la question 4 est l'option **a**.

Question Question 4 – c.

Sujet p. 6, 7

La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Lequel des quatre points suivants appartient à la droite (d′) ? Option c : M_3(2 ; −4 ; −1).

Pour le point $M_3(2;-4;-1)$, la coordonnée $y = -4$ impose $t = -1$. La droite donne alors $x = -6 - 8(-1) = 2$, mais $z = 6 + 5(-1) = 1$, et non -1. Le point n'appartient donc pas à (d').

RÉPONSE À RETENIR

L'option **c** est incorrecte. La bonne réponse à la question 4 est l'option **a**.

Question Question 4 – d.

Sujet p. 6, 7

La droite (d′) a pour représentation paramétrique x = −6 − 8t, y = 4t, z = 6 + 5t, avec t ∈ ℝ. Lequel des quatre points suivants appartient à la droite (d′) ? Option d : M_4(−3 ; 0 ; 3).

Pour le point $M_4(-3;0;3)$, la coordonnée $y = 0$ impose $t = 0$. La représentation paramétrique donne alors le point $(-6;0;6)$, et non $(-3;0;3)$. Le point ne se trouve donc pas sur (d').

RÉPONSE À RETENIR

L'option **d** est incorrecte. La bonne réponse à la question 4 est l'option **a**.

Question Question 5 – a.

Sujet p. 7

Le plan d'équation x = 1 a pour vecteur normal lequel des vecteurs proposés ? Option a : $\vec{n}_1$ = (1 ; 0 ; 0).

Le plan $x = 1$ a pour vecteurs directeurs, par exemple, $(0; 1; 0)$ et $(0; 0; 1)$. Le vecteur $(1; 0; 0)$ est orthogonal à ces deux vecteurs, car ses produits scalaires avec eux sont nuls. Il est donc normal au plan.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **a** est la réponse exacte à la question 5.

Question Question 5 – b.

Sujet p. 7

Le plan d'équation x = 1 a pour vecteur normal lequel des vecteurs proposés ? Option b : $\vec{n}_2$ = (0 ; 1 ; 1).

Un vecteur normal au plan $x = 1$ doit être orthogonal aux directions $(0; 1; 0)$ et $(0; 0; 1)$ du plan. Or le produit scalaire de $(0; 1; 1)$ avec $(0; 1; 0)$ vaut 1, donc ce vecteur n'est pas normal au plan.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **b** est incorrecte. La bonne réponse à la question 5 est l'option **a**.

Question Question 5 – c.

Sujet p. 7

Le plan d'équation x = 1 a pour vecteur normal lequel des vecteurs proposés ? Option c : $\vec{n}_3$ = (0 ; 1 ; 0).

Le vecteur $(0; 1; 0)$ est une direction du plan $x = 1$. Il appartient donc aux directions du plan et n'est pas orthogonal à toutes ses directions : il ne peut pas être un vecteur normal à ce plan.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **c** est incorrecte. La bonne réponse à la question 5 est l'option **a**.

Question Question 5 – d.

Sujet p. 7

Le plan d'équation x = 1 a pour vecteur normal lequel des vecteurs proposés ? Option d : $\vec{n}_4$ = (1 ; 0 ; 1).

Le vecteur $(1; 0; 1)$ devrait être orthogonal à la direction $(0; 0; 1)$ du plan $x = 1$. Or leur produit scalaire vaut 1, donc n'est pas nul. Ce vecteur n'est pas normal au plan.

RÉPONSE À RETENIR

L'option **d** est incorrecte. La bonne réponse à la question 5 est l'option **a**.

Sujet : https://www.sujetdebac.fr/annales-pdf/2023/spe-mathematiques-2023-polynesie-1-remplacement-sujet-officiel.pdf
© FormaV EI • Proposition de correction, distincte d'un corrigé officiel.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.