Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du Baccalauréat Polynésie septembre 2023

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ - Sujet 1

EXERCICE 1 4 points **Thème : probabilités**

Une concession automobile vend des véhicules à moteur électrique et des véhicules à moteur thermique.
Certains clients, avant de se rendre sur le site de la concession, ont consulté la plate-forme numérique de la concession. On a ainsi observé que :

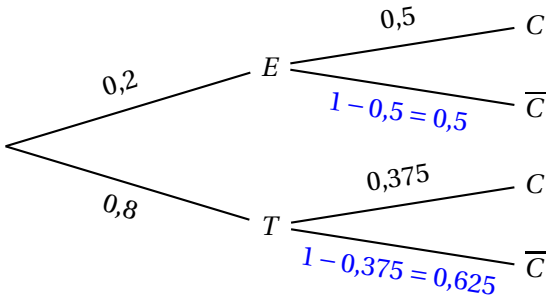
- 20 % des clients sont intéressés par les véhicules à moteur électrique et 80 % préfèrent s'orienter vers l'achat d'un véhicule à moteur thermique ;
- lorsqu'un client souhaite acheter un véhicule à moteur électrique, la probabilité pour que le client ait consulté la plate-forme numérique est de 0,5 ;
- lorsqu'un client souhaite acheter un véhicule à moteur thermique, la probabilité pour que le client ait consulté la plate-forme numérique est de 0,375.

On considère les évènements suivants :

- C : « un client a consulté la plate-forme numérique » ;
- E : « un client souhaite acquérir un véhicule à moteur électrique » ;
- T : « un client souhaite acquérir un véhicule à moteur thermique ».

Les clients font des choix indépendants les uns des autres.

1. **a.** On résume les informations dans un arbre pondéré.



La probabilité qu'un client choisi au hasard souhaite acquérir un véhicule à moteur électrique et ait consulté la plate-forme numérique est :
$P(E \cap C) = P(E) \times P_E(C) = 0{,}2 \times 0{,}5 = 0{,}1$.

b. D'après la formule des probabilités totales :
$P(C) = P(E \cap C) + P(T \cap C) = 0{,}1 + 0{,}8 \times 0{,}375 = 0{,}4$.

c. On suppose qu'un client a consulté la plate-forme numérique ; la probabilité qu'il souhaite acheter un véhicule à moteur électrique est :
$P_C(E) = \dfrac{P(E \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0{,}1}{0{,}4} = 0{,}25$.

2. La concession accueille quotidiennement 17 clients en moyenne. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de clients souhaitant acquérir un véhicule à moteur électrique.

a. Les clients font des choix indépendants les uns des autres, donc on a une répétition de 17 épreuves indépendantes dont la probabilité de succès de chacune est $p = 0{,}2$.

La variable aléatoire X suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 17$ et $p = 0{,}2$.

b. La probabilité qu'au moins trois des clients souhaitent acheter un véhicule à moteur électrique lors d'une journée est $P(X \geqslant 3)$.

$P(X \geqslant 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leqslant 2) \approx 1 - 0{,}309\,6$

Donc la probabilité cherchée est d'environ 0,69.

EXERCICE 2 6 points **Thème : fonctions**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x} + x$.

1. On détermine les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

- Limite en $-\infty$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\dfrac{1}{2}\right)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{-x}=+\infty\end{array}\right\}\lim_{x\to-\infty}\left(x+\frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}=-\infty$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty\end{array}\right\}\text{donc }\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$$

- Limite en $+\infty$

$f(x) = x\,\mathrm{e}^{-x} + \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x} + x$. On sait que $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{-x} = 0$ et que

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty \text{ donc } \lim_{x\to+\infty}\frac{x}{\mathrm{e}^x} = 0 \text{ donc } \lim_{x\to+\infty}x\,\mathrm{e}^{-x} = 0.$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}x\,\mathrm{e}^{-x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty\end{array}\right\}\text{donc }\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$

2. On admet que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

a. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x} + x$ donc

$f'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{-x} + \left(x + \dfrac{1}{2}\right) \times (-1)\,\mathrm{e}^{-x} + 1 = \left(-x + \dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x} + 1$, et donc

$f''(x) = -1 \times \mathrm{e}^{-x} + \left(-x + \dfrac{1}{2}\right) \times (-1)\,\mathrm{e}^{-x} = \left(x - \dfrac{3}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}$.

b. Le signe de f'' donne les variations de f'.

Pour tout x, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $\left(x - \dfrac{3}{2}\right)$.

- Si $x < \dfrac{3}{2}$, $f''(x) < 0$ donc f' est décroissante ;
- Si $x > \dfrac{3}{2}$, $f''(x) > 0$ donc f' est croissante ;
- Si $x = \dfrac{3}{2}$, $f''(x) = 0$ donc f' admet un minimum égal à $f'\left(\dfrac{3}{2}\right) = \left(-\dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} + 1 = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}$.

c. La fonction f' admet pour minimum

$f'\left(\dfrac{3}{2}\right) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} \approx 0{,}78 > 0$; donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$.

d.
- La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc continue sur $\mathbb{R}$.
- Pour tout réel x, $f'(x) > 0$ donc la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$.

e. On appelle α la solution de l'équation $f(x) = 0$.

$\left.\begin{array}{l} f(-1) \approx -2{,}36 < 0 \\ f(0) = 0{,}5 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [-1\,;\,0]$

$\left.\begin{array}{l} f(-0{,}3) \approx -0{,}03 < 0 \\ f(-0{,}2) \approx 0{,}17 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [-0{,}3\,;\,-0{,}2]$

$\left.\begin{array}{l} f(-0{,}29) \approx -0{,}009 < 0 \\ f(-0{,}28) \approx 0{,}011 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [-0{,}29\,;\,-0{,}28]$

$\left.\begin{array}{l} f(-0{,}286) \approx -0{,}001 < 0 \\ f(-0{,}285) \approx 0{,}0009 > 0 \end{array}\right\}$ donc $\alpha \in [-0{,}286\,;\,-0{,}285]$

Donc $-0{,}285$ est une valeur approchée à 10^{-3} de la solution de l'équation $f(x) = 0$.

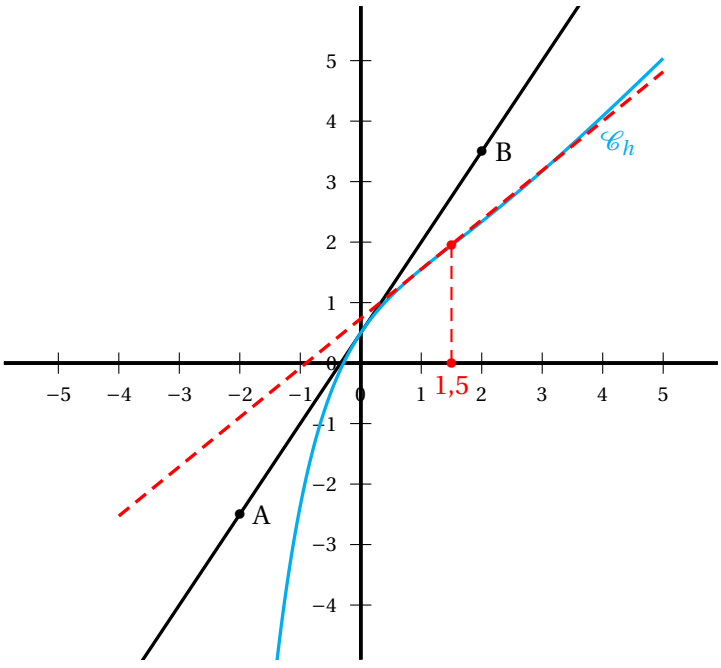
Partie B

On considère une fonction h, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, ayant une expression de la forme

$$h(x) = (ax + b)\,\mathrm{e}^{-x} + x, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Dans un repère orthonormé ci-après figurent :

- la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de la fonction h ;
- les points A et B de coordonnées respectives $(-2\,;\,-2{,}5)$ et $(2\,;\,3{,}5)$.



1. Avec la précision permise par le graphique, on peut conjecturer que la courbe représentative de la fonction h admet un unique point d'inflexion d'abscisse 1,5.

2. On admet que $h''(x) = -\dfrac{3}{2}\,\mathrm{e}^{-x} + x\,\mathrm{e}^{-x}$.

$h''(x) = 0 \iff -\dfrac{3}{2}\,\mathrm{e}^{-x} + x\,\mathrm{e}^{-x} = 0 \iff \left(x - \dfrac{3}{2}\right)\mathrm{e}^{-x} = 0 \iff x - \dfrac{3}{2} = 0 \iff x = 1{,}5$

La conjecture est donc vérifiée.

3. Déterminer une équation de la droite (AB) c'est chercher l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\,y)$ tels que : $\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

$\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A} \iff \dfrac{y+2{,}5}{x+2}=\dfrac{3{,}5+2{,}5}{2+2} \iff \dfrac{y+2{,}5}{x+2}=\dfrac{6}{4} \iff y+2{,}5=\dfrac{6}{4}(x+2)$

$\iff y=\dfrac{3}{2}x+3-2{,}5 \iff y=1{,}5x+0{,}5$

La droite (AB) a pour équation : $y=1{,}5x+0{,}5$.

4. La droite (AB) est tangente à la courbe représentative de la fonction h au point d'abscisse 0, donc $h'(0)=1{,}5$.

$h'(x)=a\times \mathrm{e}^{-x}+(ax+b)\times(-1)\,\mathrm{e}^{-x}+1=(-ax+a-b)\,\mathrm{e}^{-x}+1$

$h'(0)=1{,}5 \iff (a-b)\,\mathrm{e}^{0}+1=1{,}5 \iff a-b=0{,}5$

La droite (AB) coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 0,5 donc $h(0)=0{,}5$.

$h(0)=0{,}5 \iff (0+b)\,\mathrm{e}^{0}+0=0{,}5 \iff b=0{,}5$

Comme $a-b=0{,}5$, on en déduit que $a=1$.

Donc $h(x)=(x+0{,}5)\,\mathrm{e}^{-x}+x=f(x)$.

EXERCICE 3 5 points — Thème : suites, algorithmique

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{3}{4}x^2-2x+3$.

1. $f'(x)=\dfrac{3}{2}x-2=\dfrac{3}{2}\left(x-\dfrac{4}{3}\right)$, donc $f'(x)$ est du signe de $x-\dfrac{4}{3}$ donc s'annule et change de signe pour $x=\dfrac{4}{3}$.

f est une fonction polynôme donc :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3}{4}x^2=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{4}x^2=+\infty$.

De plus, $f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{3}\times\dfrac{4}{3}-2\times\dfrac{4}{3}+3=\dfrac{4}{3}-\dfrac{8}{3}+\dfrac{9}{3}=\dfrac{5}{3}$.

On établit le tableau des variations de f :

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$x-\frac{4}{3}$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{5}{3}$	↗	$+\infty$

2. D'après le résultat précédent la fonction f est croissante sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$.

On a donc : $\dfrac{4}{3}\leqslant x\leqslant 2 \Longrightarrow f\left(\dfrac{4}{3}\right)\leqslant f(x)\leqslant f(2)$.

Or $f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{5}{3}$ et $f(2)=\dfrac{3}{4}\times 4-2\times 2+3=3-4+3=2$.

Donc $\dfrac{5}{3}\leqslant f(x)\leqslant 2$ et *a fortiori* : $\dfrac{4}{3}\leqslant f(x)\leqslant 2$.

3. $f(x)-x=\dfrac{3}{4}x^2-2x+3-x=\dfrac{3}{4}x^2-3x+3=\dfrac{3}{4}\left(x^2-4x+4\right)=\dfrac{3}{4}(x-2)^2$

Pour tout réel x, $(x-2)^2\geqslant 0$ donc $f(x)-x\geqslant 0$ donc $x\leqslant f(x)$.

On considère la suite (u_n) définie par un réel u_0 et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = f(u_n)$.
On a donc, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{3}{4}u_n^2 - 2u_n + 3$.

4. Étude du cas : $\dfrac{4}{3} \leqslant u_0 \leqslant 2$.

a. On va démontrer par récurrence que la propriété $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 2$ est vraie pour tout entier naturel n.

- **Initialisation**

  D'après la question précédente, pour $x \in \left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$, on a $x \leqslant f(x)$.

  Or $u_0 \in \left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$ donc $u_0 \leqslant f(u_0)$, ce qui revient à $u_0 \leqslant u_1$.

  De plus, si $x \in \left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$, $f(x) \in \left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$.

  Or $u_0 \in \left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$ donc $f(u_0) \in \left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$ et donc $u_1 \in \left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$ et donc $u_{n+1} \leqslant 2$.

  Donc $u_0 \leqslant u_1 \leqslant 2$; la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité**

  On suppose la propriété vraie au rang n, c'est-à-dire $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 2$.

  On est dans l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;\,2\right]$ donc la fonction f est croissante ; on en déduit : $f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(2)$.

  Or $f(u_n) = u_{n+1}$, $f(u_{n+1}) = u_{n+2}$ et $f(2) = 2$.

  Donc on a : $u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2$; la propriété est héréditaire.
- **Conclusion**

  La propriété est vraie au rang 0 et elle est héréditaire pour tout $n \geqslant 0$; d'après le principe de récurrence, elle est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

b. Pour tout n, on a $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 2$ donc la suite (u_n) est croissante et majorée ; d'après le théorème de la convergence monotone, la suite (u_n) est convergente vers une limite ℓ telle que $\ell \leqslant 2$.

c. La suite (u_n) est définie par $f(u_n) = u_{n+1}$ où f est une fonction polynôme donc continue.

La suite (u_n) est convergente vers ℓ donc la limite ℓ vérifie $f(\ell) = \ell$.

$f(\ell) = \ell \iff f(\ell) - \ell = 0 \iff \dfrac{3}{4}(\ell - 2)^2 = 0 \iff \ell = 2$.

La suite (u_n) converge donc vers 2.

5. Étude du cas : $u_0 = 3$. On admet que dans ce cas la suite (u_n) tend vers $+\infty$.

On complète la fonction « `seuil` » suivante écrite en Python, afin qu'elle renvoie la plus petite valeur de n telle que u_n soit supérieur ou égal à 100.

```
def seuil() :
  u = 3
  n = 0
  while u < 100
      u = 3*u*u/4 - 2*u + 3
      n = n + 1
  return n
```

6. Étude du cas : $u_0 > 2$.

Pour tout réel x, on a : $x \leqslant f(x)$ donc, pour tout n, $u_n \leqslant f(u_n)$ soit $u_n \leqslant u_{n+1}$; la suite (u_n) est donc croissante.

On en déduit que pour tout n, on a : $u_n \geqslant u_0$.

Si la suite (u_n) converge vers un réel ℓ, on aura donc : $\ell \geqslant u_0$.

On a vu que la seule limite possible de la suite (u_n) était $\ell = 2$; donc on ne peut pas avoir $\ell \geqslant u_0$ car $u_0 > 2$.

Pour $u_0 > 2$, la suite (u_n) n'est donc pas convergente.

EXERCICE 4 5 points **Thème : géométrie dans l'espace**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ dans lequel on considère :

- les points A(6 ; −6 ; 6), B(−6 ; 0 ; 6) et C(−2 ; −2 ; 11).
- la droite (d) orthogonale aux deux droites sécantes (AB) et (BC) et passant par le point A ;
- la droite $\left(d'\right)$ de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -6-8t \\ y = 4t \\ z = 6+5t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Question 1

Parmi les vecteurs suivants, lequel est un vecteur directeur de la droite (d) ?

a. $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0{,}2 \end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Il faut déterminer quel vecteur est orthogonal à la fois à $\overrightarrow{\text{AB}}$ et à $\overrightarrow{\text{BC}}$.

$\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix} -12 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{u_4} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} = 1 \times (-12) + 2 \times 6 + 0 \times 0 = 0$ donc $\overrightarrow{u_4} \perp \overrightarrow{\text{AB}}$

$\overrightarrow{u_4} \cdot \overrightarrow{\text{BC}} = 1 \times 4 + 2 \times (-2) + 0 \times 5 = 0$ donc $\overrightarrow{u_4} \perp \overrightarrow{\text{BC}}$

Réponse d.

Question 2

Parmi les équations suivantes, laquelle est une représentation paramétrique de la droite (AB) ?

a. $\begin{cases} x = 2t+6 \\ y = -6 \\ z = t+6 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ **b.** $\begin{cases} x = 2t-6 \\ y = -6 \\ z = -t-6 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

c. $\begin{cases} x = 2t+6 \\ y = -t-6 \\ z = 6 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ **d.** $\begin{cases} x = 2t+6 \\ y = t-6 \\ z = 6 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

La droite (AB) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{\text{AB}}$ et parmi les quatre propositions, le seul vecteur colinéaire à $\overrightarrow{\text{AB}}$ est celui de coordonnées (2 ; −1 ; 0) correspondant à la réponse c.

Réponse c.

Question 3

Un vecteur directeur de la droite (d') est :

a. $\overrightarrow{v_1}\begin{pmatrix}-6\\0\\6\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{v_2}\begin{pmatrix}-14\\4\\11\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{v_3}\begin{pmatrix}8\\-4\\-5\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{v_4}\begin{pmatrix}8\\4\\5\end{pmatrix}$

Un vecteur directeur de la droite (d') est $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-8\\4\\5\end{pmatrix}$ qui est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{v_3}$.

Réponse c.

Question 4

Lequel des quatre points suivants appartient à la droite (d') ?

a. $M_1(50\,;\,-28\,;\,-29)$ **b.** $M_2(-14\,;\,-4\,;\,1)$
c. $M_3(2\,;\,-4\,;\,-1)$ **d.** $M_4(-3\,;\,0\,;\,3)$

Il faut déterminer lequel des points M a des coordonnées qui vérifient le système
$\begin{cases} x_M = -6-8t \\ y_M = 4t \\ z_M = 6+5t \end{cases}$

Pour M_1 on a : $\begin{cases} 50 = -6-8t \\ -28 = 4t \\ -29 = 6+5t \end{cases}$ qui est vérifié pour $t=-7$.

Réponse a.

Question 5

Le plan d'équation $x=1$ a pour vecteur normal :

a. $\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{n_3}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{n_4}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

Le plan d'équation $ax+by+cz+d=0$ a pour vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ donc le plan d'équation $x=1$ a pour vecteur normal le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$.

Réponse a.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.