Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2024
Spécialité Mathématiques – Polynésie– Jour 2

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (4 points)

On nous donne :

- $P(J) = 0{,}6 = \frac{3}{5}$
- $P_J(S) = \frac{8}{9}$

1. On veut déterminer $P(J \cap S)$.

Par la formule des probabilités conditionnelles :

$$P(J \cap S) = P(J) \times P_J(S) = \frac{3}{5} \times \frac{8}{9} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

2. a. On sait que :

$$P(S) = \frac{2}{3}$$

On utilise l'identité :

$$P(S) = P(J \cap S) + P(\bar{J} \cap S)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{8}{15} + P(\bar{J} \cap S)$$

$$\Rightarrow P(\bar{J} \cap S) = \frac{2}{3} - \frac{8}{15} = \frac{2}{15}$$

2. b. On veut :

$$P_{\bar{J}}(S) = \frac{P(\bar{J} \cap S)}{P(\bar{J})}$$

Or :

$$P(\bar{J}) = 1 - P(J) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

Donc :

$$P_{\bar{J}}(S) = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

3. a. On effectue un tirage avec remise de 30 personnes indépendantes.

La variable aléatoire X qui compte le nombre de personnes qui pratiquent une activité sportive régulière suit une loi binomiale :

$$X \sim \mathcal{B}\left(n = 30, p = \frac{2}{3}\right)$$

3. b. On veut $P(X = 16)$, donc on utilise la formule de la loi binomiale :

$$P(X = 16) = \binom{30}{16}\left(\frac{2}{3}\right)^{16}\left(\frac{1}{3}\right)^{14}$$

Ce calcul est à effectuer à la calculatrice, avec mode examen actif :

$$P(X = 16) \approx 0{,}046$$

3. c. Soit X le nombre de personnes sportives parmi les 30 : le coût total est $380 \times X$

Le budget est de 10 000 €. On cherche la probabilité que ce soit insuffisant, donc que :

$$380 \times X > 10\,000 \Rightarrow X > \frac{10\,000}{380} \approx 26{,}316$$

Donc on cherche :

$$P(X \geq 27)$$

Avec la calculatrice en mode examen :

$$P(X \geq 27) = 1 - P(X \leq 26) \approx 1 - 0{,}997 = 0{,}003$$

La probabilité que ce budget soit insuffisant est donc de 0,3%.

EXERCICE 2 (5 points)

1. Cette équation est linéaire du type $y' + 3y = 7$. On utilise la méthode classique :

On cherche une solution particulière : une constante $y_p = \frac{7}{3}$, car sa dérivée est nulle et elle satisfait l'équation.

On résout ensuite l'équation homogène $y' = -3y$, qui admet pour solution générale $y_h(x) = Ae^{-3x}$

Donc la solution générale est :

$$y(x) = Ae^{-3x} + \frac{7}{3}$$

Avec $y(0) = 1$, on a :

$$1 = A + \frac{7}{3} \Rightarrow A = 1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3}$$

Donc :

$$f(x) = -\frac{4}{3}e^{-3x} + \frac{7}{3}$$

Réponse de la question 1 : B

2. Visuellement, la courbe est au-dessus de l'axe x entre $x = 1$ et $x = 5$, et semble comprise entre $y = 0{,}5$ et $y = 3{,}5$ environ.

L'aire est donc encadrée entre :

$$(5-1) \times 0{,}5 = 2 \quad \text{et} \quad (5-1) \times 3{,}5 = 14$$

En valeur moyenne, cela fait ~ 8.

La seule réponse qui convient est C : $5 \leq I \leq 10$

Une autre solution aurait été de compter les « carrés » sous la courbe entre $x = 1$ et $x = 5$. On peut compter 5 carrés pleins et 1 ou 2 carrés complémentaires, donc environ 7 au total.

Réponse de la question 2 : C

3. On veut approximer $\int_0^2 g'(x)\,dx$, ce qui est simplement $g(2) - g(0)$.

Calcul rapide :

- $g(0) = 0^2 \ln(0^2 + 4) = 0$
- $g(2) = 4\ln(4+4) = 4\ln(8) \approx 8{,}316$

Arrondi à 0,1 près : 8,3

Réponse de la question 3 : B

4. On veut le nombre de groupes de 5 élèves choisis parmi 31, sans ordre : c'est une combinaison.

Formule : $\binom{31}{5}$

Réponse à la question 4 : D

5. On veut former un groupe de 5 élèves avec exactement 3 élèves ayant choisi SES (il y en a 20), et 2 élèves parmi les 11 restants (10 en physique-chimie et 1 en LLCE espagnol).

Nombre de façons : $\binom{20}{3} \times \binom{11}{2}$

Réponse à la question 5 : A

EXERCICE 3 (6 points)

1. a. On calcule les deux premiers termes.

- $u_1 = 8 - \ln\left(\frac{8}{4}\right) = 8 - \ln(2) \approx 7{,}31$
- $u_2 = u_1 - \ln\left(\frac{u_1}{4}\right) = 8 - \ln(2) - \ln\left(\frac{8-\ln(2)}{4}\right) \approx 6{,}70$

1. b. Cette fonction calcule la somme des k premiers termes de la suite (u_n), c'est-à-dire :

$$S_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_{k-1}$$

Donc le résultat de mystere(10) correspond à :

$$S_{10} = \sum_{n=0}^{9} u_n$$

1. c. Pour renvoyer la moyenne des k premiers termes de la suite (u_n), il suffit de diviser la somme par k sur la dernière ligne. Voici la fonction modifiée :

```
def moyenne(k):
    u = 8
    S = 0
    for i in range(k):
        S = S + u
        u = u - log(u / 4)
    return S / k
```

2. On simplifie l'écriture :

$$f(x) = x - \ln(x) + \ln(4)$$

Puis on dérive :

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

- $f'(x) > 0$ si $x > 1$
- $f'(x) = 0$ si $x = 1$
- $f'(x) < 0$ si $x < 1$

Donc le tableau de variation est :

x	0^+	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	1 + ln(4)	↗

On calcule le minimum :

$$f(1) = 1 - \ln\left(\frac{1}{4}\right) = 1 + \ln(4)$$

3. a. On veut montrer par récurrence que $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

Initialisation : $u_0 = 8$, et on a vu plus haut que $u_1 \approx 7{,}31$, donc :

$$1 \leq u_1 \leq u_0$$

Hérédité : supposons $1 \leq u_n \leq u_{n-1}$. Alors $u_n > 0$, donc $f(u_n)$ est défini et :

$$u_{n+1} = f(u_n) = u_n - \ln\left(\frac{u_n}{4}\right) = u_n + \ln\left(\frac{4}{u_n}\right)$$

Si $u_n \geq 4$, alors $\frac{4}{u_n} \leq 1$, donc $\ln\left(\frac{4}{u_n}\right) \leq 0$, donc :

$$u_{n+1} \leq u_n$$

Et puisque f atteint son minimum en $x = 1$ avec $f(1) = 1 + \ln(4) > 1$, on en déduit que $f(x) \geq 1$ sur $]0; +\infty[$, donc :

$$u_{n+1} \geq 1$$

Conclusion : La propriété est vraie au rang $n + 1$, donc la récurrence est validée.

3. b. On a montré que (u_n) est décroissante et minorée (par 1), donc elle converge.

3. c. On a :

$$x - \ln\left(\frac{x}{4}\right) = x \Rightarrow -\ln\left(\frac{x}{4}\right) = 0 \Rightarrow \ln\left(\frac{x}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{x}{4} = 1 \Rightarrow x = 4$$

3. d. Puisque $\lim u_n = \ell$ et que $u_{n+1} = f(u_n)$, on a :

$$\ell = f(\ell) \Rightarrow \ell = 4$$

Donc la suite (u_n) converge vers 4.

EXERCICE 4 (5 points)

1. On cherche à vérifier si les points $A(-1; -1; 17)$, $B(4; -2; 4)$ et $C(1; -3; 7)$ sont alignés.

On calcule les vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (5; -1; -13), \quad \overrightarrow{AC} = C - A = (2; -2; -10)$$

On regarde s'ils sont colinéaires. On cherche s'il existe un réel λ tel que :

$$(2; -2; -10) = \lambda(5; -1; -13)$$

On cherche λ coordonnée par coordonnée :

- $2 = 5\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2}{5}$
- $-2 = -1 \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = 2$
- $-10 = -13 \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{10}{13}$

Les trois valeurs de λ ne sont pas égales, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

Conclusion : les points A, B, C ne sont pas alignés.

2. a. On doit montrer que $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan, par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Produit scalaire :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \cdot 5 + (-3) \cdot (-1) + 1 \cdot (-13) = 10 + 3 - 13 = 0$
- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 2 + (-3) \cdot (-2) + 1 \cdot (-10) = 4 + 6 - 10 = 0$

Donc $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs du plan, donc $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

2. b. Une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est de la forme :

$$2x - 3y + z + d = 0$$

On utilise un point du plan, par exemple $A(-1; -1; 17)$ pour déterminer d :

$$2(-1) - 3(-1) + 17 + d = 0 \Rightarrow -2 + 3 + 17 + d = 0 \Rightarrow d = -18$$

Donc une équation du plan est :

$$2x - 3y + z - 18 = 0$$

3. a. La droite d a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = t + 5 \\ z = 4t + 1 \end{cases}$$

Un vecteur directeur est donné par les coefficients de t :

$$\vec{u} = (3; 1; 4)$$

3. b. On cherche l'intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$. On injecte l'expression de x, y, z dans l'équation du plan :

$$2x - 3y + z - 18 = 0 \Rightarrow 2(3t + 2) - 3(t + 5) + (4t + 1) - 18 = 0$$

$$\Rightarrow 6t + 4 - 3t - 15 + 4t + 1 - 18 = 0$$

$$\Rightarrow (6t - 3t + 4t) + (4 - 15 + 1 - 18) = 0$$

$$\Rightarrow 7t - 28 = 0 \Rightarrow t = 4$$

On remplace dans les équations paramétriques :

$$x = 3 \cdot 4 + 2 = 14, \quad y = 4 + 5 = 9, \quad z = 4 \cdot 4 + 1 = 17$$

Donc le point E d'intersection est : $E(14; 9; 17)$

4. On considère la droite Δ perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ et passant par $D(2; 5; 1)$, de vecteur directeur $\vec{n} = (2; -3; 1)$

La distance d'un point $D(x_0; y_0; z_0)$ à un plan d'équation $ax + by + cz + d = 0$ est :

$$\text{dist}(D, \mathcal{P}) = \frac{| ax_0 + by_0 + cz_0 + d |}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Ici :

- $a = 2, b = -3, c = 1, d = -18$
- $D(2; 5; 1)$

Calcul :

- Numérateur : $| 2 \cdot 2 - 3 \cdot 5 + 1 \cdot 1 - 18 | = | 4 - 15 + 1 - 18 | = | -28 | = 28$
- Dénominateur : $\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 9 + 1} = \sqrt{14}$

Donc :

$$\text{Distance} = \frac{28}{\sqrt{14}} = \frac{28\sqrt{14}}{14} = 2\sqrt{14}$$

5. Le drone part du point D et doit rejoindre un point quelconque du plan $\mathcal{P}$, donc au minimum, il doit parcourir la distance entre D et le plan, soit $2\sqrt{14}$ centaines de mètres, c'est-à-dire :

$$2\sqrt{14} \times 100 \approx 2 \cdot 3{,}742 \cdot 100 \approx 748{,}5 \text{ mètres}$$

Le drone vole à 18,6 m/s, donc la durée minimale nécessaire est :

$$\frac{748{,}5}{18{,}6} \approx 40{,}2 \text{ secondes}$$

Il reste 40 secondes, donc le drone ne peut pas arriver à temps.

_____

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.