Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2024
Spécialité Mathématiques – Amérique du Nord – Jour 2

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

Partie A

1. On relève les données de l'énoncé :

$P(N) = 22{,}86\% = 0{,}2286$

$P_N(R) = 8{,}08\% = 0{,}0808$

$P_{\overline{N}}(R) = 1{,}27\% = 0{,}0127$

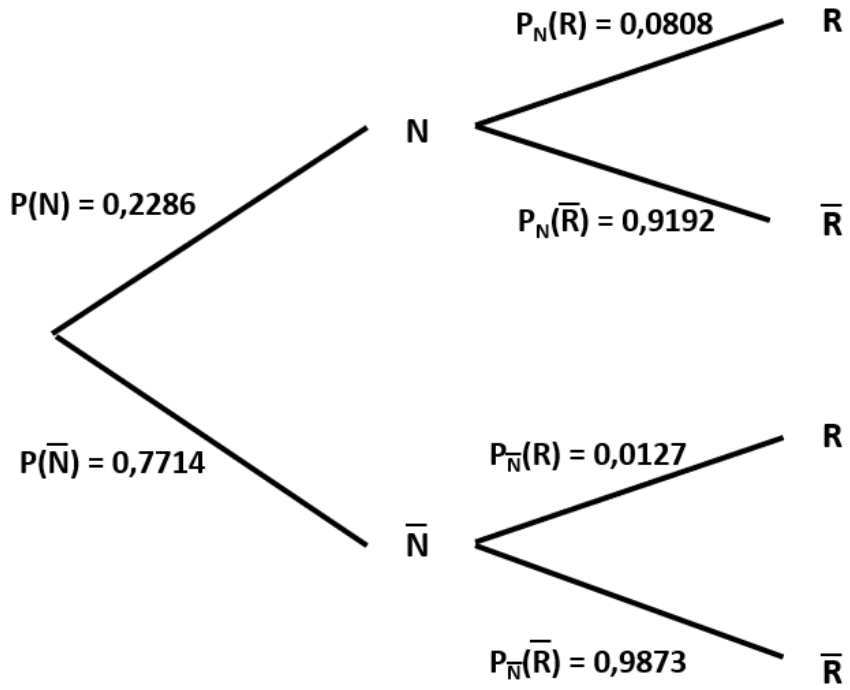
On complète avec les probabilités complémentaires :

$P(\overline{N}) = 1 - P(N) = 0{,}7714$

$P_N(\overline{R}) = 1 - P_N(R) = 0{,}9192$

$P_{\overline{N}}(\overline{R}) = 1 - P_{\overline{N}}(R) = 0{,}9873$

Cela donne l'arbre suivant :



2. $P(N \cap R) = P(N) \times P_N(R) = 0{,}2286 \times 0{,}0808 = 0{,}01846$

3. $P(R) = P(N \cap R) + P(\overline{N} \cap R)$

On sait que : $P(N \cap R) = 0{,}01846$

On calcule : $P(\overline{N} \cap R) = P(\overline{N}) \times P_{\overline{N}}(R) = 0{,}7714 \times 0{,}0127 = 0{,}00980$

Donc : $P(R) = 0{,}01846 + 0{,}00980 = 0{,}0282$

4.

$$P_R(N) = \frac{P(N \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}01846}{0{,}0282} = 0{,}6546$$

Partie B

1. *X* suit une loi binominale B (n=500 ; p=0,65).

2.

$$P(X = 325) = \binom{500}{325} \times 0{,}65^{325} \times (1 - 0{,}65)^{500-325} = 0{,}0374$$

3. $P(X \geq 325) = 1 - \ P(X \leq 324) = 1 - 0{,}4794 \ = \ 0{,}5206$

La probabilité qu'au moins 325 véhicules soient neufs parmi le lot de 500 véhicules est d'environ 0,5206.

Partie C

1. $p_n = (1 - 0{,}65)^n = 0{,}35^n$

2. On cherche :

$$\begin{aligned}
& q_n \geq 0{,}9999 \\
\Leftrightarrow\ & P(X \geq 1) \geq 0{,}9999 \\
\Leftrightarrow\ & 1 - P(X = 0) \geq 0{,}9999 \\
\Leftrightarrow\ & P(X = 0) \leq 1 - 0{,}9999 \\
\Leftrightarrow\ & p_n \leq 0{,}0001 \\
\Leftrightarrow\ & 0{,}35^n \leq 0{,}0001 \\
\Leftrightarrow\ & ln(0{,}35^n) \leq ln(0{,}0001) \\
\Leftrightarrow\ & n \times ln(0{,}35) \leq ln(0{,}0001) \\
\Leftrightarrow\ & n \geq \frac{ln(0{,}0001)}{ln(0{,}35)} \\
\Leftrightarrow\ & n \geq 8{,}8
\end{aligned}$$

Ainsi, il faut prendre au minimum *n* = 9.

EXERCICE 2 (5 points)

1. Coordonnées des points :

$F(3,0,1)$

$H(0,1,1)$

$M\left(\frac{3}{2},1,0\right)$

2.a. On a $\overrightarrow{\mathrm{HM}}\ (\frac{3}{2},0,-1)$, $\overrightarrow{HF}\ (3,-1,0)$ et $\vec{n}\ (2,6,3)$.

Donc $\quad \vec{n}\,.\overrightarrow{HM} \ = \ 2\times\frac{3}{2}+6\times 0+3\times(-1)=0.$

Et $\quad \vec{n}\,.\overrightarrow{HF} \ = \ 2\times 3+6\times(-1)+3\times 0=0.$

Le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (HMF). Ainsi, on peut conclure que le vecteur $\vec{n}$ est normal à ce plan.

2.b. Puisque $\vec{n}$ est normal à (HMF), le plan HMF a donc une équation cartésienne qui suit la forme suivante : $2x \ + \ 6y \ + 3z \ + \ d \ = \ 0$

On cherche la valeur du coefficient d en utilisant les coordonnées d'un point du plan, par exemple le point $H(0,1,1)$:

$$2\,x_H+6\,y_H+3\,z_H+d=0$$
$$\Leftrightarrow 2\times 0+6\times 1+3\times 1+d=0$$
$$\Leftrightarrow 0+6+3+d=0$$
$$\Leftrightarrow d=-9$$

On retrouve bien l'équation cartésienne (HMF) : $2x \ + \ 6y \ + 3z \ - \ 9 \ = \ 0$

2.c. Un vecteur normal au plan P est : $\vec{m}\ (5,15,-3)$.

$\vec{m}$ n'est pas colinéaire au vecteur $\vec{n}$ qui est normal au plan (HMF).

Par conséquent, les plans P et (HMF) ne sont pas parallèles.

3. On connait les coordonnées suivantes : $D(0,1,0)$ et $G(3,1,1)$.

Donc on en déduit : $\overrightarrow{DG}(3,0,1)$.

Une représentation paramétrique de la droite (DG) est donc : $\begin{cases} x \ = \ 3t \\ y \ = \ 1 \\ z \ = \ t \end{cases}$ avec $t \ \in \ \mathbb{R}$.

4. On cherche à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x=3t \\ y=1 \\ z=t \\ 2x+6y+3z-9=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \\ 6t + 6 + 3t - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \\ 9t = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \\ t = 1/3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1/3 \\ t = 1/3 \end{cases}$$

Le point N a donc pour coordonnées : $N(1, 1, \frac{1}{3})$.

5. On vérifie tout d'abord que le point R appartient au plan (HMF) :

$2x_R + 6y_R + 3z_R - 9 = 2 \times 3 + 6 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{2} - 9 = 0$. C'est le cas.

On vérifie ensuite si le vecteur $\overrightarrow{RG}$ est un vecteur normal au plan (HMF).

$$\overrightarrow{RG} = \begin{pmatrix} 3 - 3 = 0 \\ \frac{1}{4} - 1 = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Ce vecteur n'est pas colinéaire au vecteur $\vec{n}(2, 6, 3)$, car ça première coordonnée n'est pas 0.

Nous pouvons conclure que le point R n'est pas le projeté orthogonal de G sur le plan (HMF).

EXERCICE 3 (6 points)

1. Rappel de la fonction g : $g(x) = 2x - x^2$

La fonction g est dérivable sur [0 ; 1] car il s'agit d'une fonction polynôme.

$$g'(x) = 2 - 2x$$

Or $\begin{cases} 2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \\ 2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 1 \end{cases}$

Donc g est strictement croissante sur [0 ; 1].

Par ailleurs, on a : $\begin{cases} g(0) = 0 \\ g(1) = 1 \end{cases}$

2.

$$u_1 = g\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$
$$u_2 = g\left(\frac{3}{4}\right) = 2 \times \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} - \frac{9}{16} = \frac{24}{16} - \frac{9}{16} = \frac{15}{16}$$

3. On réalise la démonstration par récurrence.

Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_1 = \frac{3}{4}$

Donc $0 < u_0 < u_1 < 1$

Hérédité :

Supposons que $0 < u_n < u_{n+1} < 1$ et montrons que $0 < u_{n+1} < u_{n+2} < 1$

On a :

$$\begin{aligned} & 0 < u_n < u_{n+1} < 1 \\ \Leftrightarrow\ & g(0) < g(u_n) < g(u_{n+1}) < g(1) \\ \Leftrightarrow\ & 0 < u_{n+1} < u_{n+2} < 1 \end{aligned}$$

Conclusion :

La propriété est vrai pour $n = 0$ et héréditaire à partir de ce rang, donc d'après le principe de récurrence, la propriété est vraie pour toute valeur n.

4. Grâce aux questions précédentes, on sait que la suite u_n est croissante et majorée par 1.

Par conséquent, elle converge donc vers une limite $l \leq 1$.

5. On a $u_{n+1} = g(u_n)$ et g est continue sur [0 ; 1].

Par conséquent, l est solution de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & l = g(l) \\ \Leftrightarrow\ & l = 2l - l^2 \\ \Leftrightarrow\ & l^2 - l = 0 \\ \Leftrightarrow\ & l(l-1) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & l = 0 \text{ ou } l = 1 \end{aligned}$$

Puisque u_n est strictement croissante et que $u_0 = \frac{1}{2} > 0$, alors seule la solution $l = 1$ convient.

6.

$v_{n+1} = ln(1 - u_{n+1})$

$= ln(1 - 2u_n + {u_n}^2)$

$= ln((1 - u_n)^2)$

$= 2\ ln(1 - u_n)$

$= 2v_n$

Ainsi, la suite v_n est géométrique de raison 2.

Son premier terme est $v_0 = ln(1 - u_0) = ln(\frac{1}{2}) = -ln(2)$

7. On déduit de la question précédente que $v_n = v_0 \times 2^n = -ln(2) \times 2^n$

8. On a :

$v_n = ln(1 - u_n)$

$\Leftrightarrow e^{v_n} = e^{ln(1-u_n)}$

$\Leftrightarrow 1 - u_n = e^{v_n}$

$\Leftrightarrow u_n = 1 - e^{-ln(2)\times 2^n}$

Or on sait que $\lim\limits_{n\to+\infty} -ln(2) \times 2^n = -\infty$

Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-ln2\times 2^n} = 0$

Et par conséquent : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

9.

```
def seuil() :
    n=0
    u=0.5
    while u<0.95 :
        n=n+1
        u=2*u-u*u
    return n
```

EXERCICE 4 (4 points)

1. On veut :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow aln(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow ln(x) = 0\ car\ a > 0$$
$$\Leftrightarrow\ x\ =\ 1$$

Ainsi, l'abscisse du point d'intersection de la courbe C et de l'axe des abscisses est $x = 1$.

2. La fonction F est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ comme produit et différence de fonctions dérivables sur cet intervalle.

$$F'(x) = a\left(ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1\right) = a(ln(x) + 1 - 1) = f(x)$$

La fonction *F* est bien une primitive de *f* sur l'intervalle étudié.

3. L'air du domaine, notée *D*, est donnée par :

$$D = \int_1^{x_0} f(x)\,dx = [F(x)]_1^{x_0} = F(x_0) - F(1)$$

$$= a(x_0 ln(x_0) - x_0) - a(1ln(1) - 1) = a(x_0 ln(x_0) - x_0 + 1)$$

4. On détermine l'équation de la *T*, la tangente à la courbe *C* au point d'abscisse x_0.

$$y = f'(x_0) \times (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = \frac{a}{x_0} \times (x - x_0) + aln(x_0)$$

$$y = \frac{a}{x_0} \times x - a + aln(x_0)$$

Le point *A* est le point de la tangente *T* d'abscisse $x_0 = 0$.

Donc :

$$y_A = \frac{a}{x_0} \times x_A - a + aln(x_0) = -a + aln(x_0)$$

Le point *B* est le projeté orthogonal de *M*, donc $x_B = 0$

Et :

$$y_B = y_M = f(x_M) = f(x_0) = aln(x_0)$$

Puisque $a > 0$, on a donc :

$$AB = |y_B - y_A| = |aln(x_0) - (-a + aln(x_0))| = |a| = a$$

Ainsi, la longueur AB est égale à une constante.

———

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.