Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du baccalauréat Polynésie 20 juin 2024

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 2

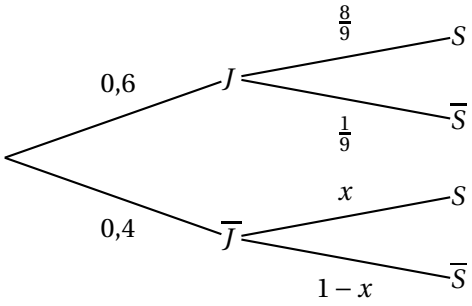
Exercice 1 — 4 points

1. D'après l'énoncé $P(J) = 0{,}6$ et $P_J(S) = \dfrac{8}{9}$.

On a donc $P(J \cap S) = P(J) \times P_J(S) = 0{,}6 \times \dfrac{8}{9} = \dfrac{4{,}8}{9} = \dfrac{3 \times 1{,}6}{3 \times 3} = \dfrac{1{,}6}{3} = \dfrac{5 \times 1{,}6}{5 \times 3} = \dfrac{8}{15}$.

2. **a.** On sait que $P(S) = \dfrac{2}{3}$.

On commence l'arbre de probabilités pondéré suivant :



D'après la loi des probabilités totales :

$P(S) = P(J \cap S) + P\left(\overline{J} \cap S\right)$, soit $\dfrac{2}{3} = \dfrac{8}{15} + P\left(\overline{J} \cap S\right) \iff P\left(\overline{J} \cap S\right) = \dfrac{2}{3} - \dfrac{8}{15} = \dfrac{10}{15} - \dfrac{8}{15} = \dfrac{2}{15}$.

La probabilité que la personne choisie n'a pas l'intention de regarder les JO à la télévision et a une activité sportive régulière est égale à $\dfrac{2}{15}$;

b. On a $P_{\overline{J}}(S) = \dfrac{P\left(\overline{J} \cap S\right)}{P\left(\overline{J}\right)} = \dfrac{\frac{2}{15}}{0{,}4} = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{5}} = \dfrac{2}{15} \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{1}{3} = x$.

3. **a.** Les personnes sont choisies au hasard et chacune d'elles a une pratique sportive régulière avec une probabilité de $\dfrac{2}{3}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = \dfrac{2}{3}$.

b. On a $P(X = 16) = \binom{30}{16}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{16} \times \left(1 - \dfrac{2}{3}\right)^{30-16} = \binom{30}{16}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{16} \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^{14} \approx 0{,}0462$ soit 0,046 au millième près à la calculatrice.

c. On a $\dfrac{10\,000}{380} \approx 26{,}3$: on peut donc offrir 26 entrées gratuites au maximum.
La calculatrice donne $P(X \leqslant 26) \approx 0{,}9967$ soit environ 0,997. La probabilité que le budget soit insuffisant est donc égale à environ $1 - 0{,}997$ soit environ 0,003 ou trois millièmes.

Exercice 2 — 5 points

1. La solution f de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ telle que $f(0) = 1$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

A. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x}$

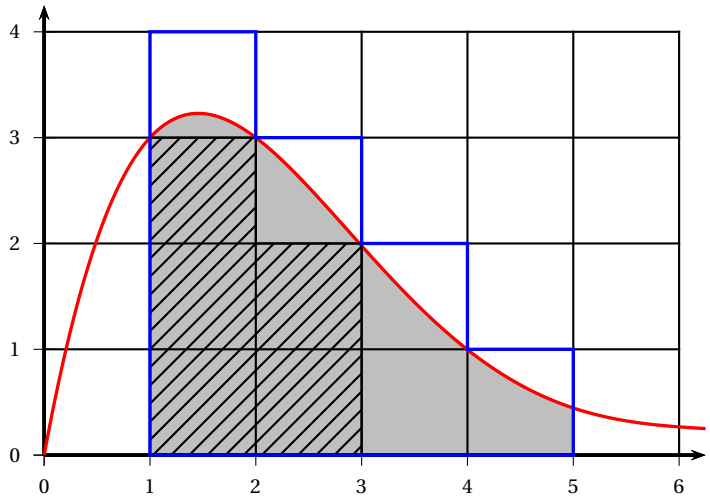
B. $f(x) = -\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$

C. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$

D. $f(x) = -\dfrac{10}{3}\mathrm{e}^{-3x} - \dfrac{7}{3}$

L'équation différentielle $y' = -3y$ a pour solutions les fonctions $x \longmapsto f(x) = K\mathrm{e}^{-3x}$, avec $K \in \mathbb{R}$.
La fonction $x \longmapsto \alpha$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$ est solution de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ si et seulement si $y' = 0 = -3\alpha + 7 \iff 3\alpha = 7 \iff \alpha = \dfrac{7}{3}$.
On sait qu'alors les solutions de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ sont les fonctions $x \longmapsto K\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$.
En particulier la fonction f solution telle que $f(0) = 1 \iff K + \dfrac{7}{3} = 1 \iff K = -\dfrac{4}{3}$.
La seule solution est donc la fonction définie par $f(x) = -\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$: réponse **B.**

2. La courbe d'une fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ est donnée ci-dessous.



Le dessin est clair : la fonction est positive sur l'intervalle $[1\,;5]$; l'intégrale est (en unités d'aire) la mesure de la surface limitée par la représentation graphique de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=5$.
La surface grise contient les 5 carreaux hachurés et est inscrite dans le polygone de 10 unités en bleu. Réponse **C.**

3. On sait que si g' est la dérivée de g, alors g est une primitive de la fonction g', donc : $\displaystyle\int_0^2 g'(x)\,\mathrm{d}x = \left[x^2\ln\left(x^2+4\right)\right]_0^2 = 2^2\ln\left(2^2+2\right) = 4\ln 4+4) = 4\ln 8$ ou $4\ln 2^3 = 3\times 4\ln 2 = 12\ln 2 \approx 8{,}31$ soit 8,3 au dixième près. Réponse **B.**

4. Le nombre de groupes de 5 élèves parmi les 31 est $\binom{31}{5}$. Réponse : **D.**

5. Elle choisit 3 élèves parmi les 20 faisant SES : elle a $\binom{20}{3}$ possibilités ; ensuite dans chacun de ces cas elle choisit 2 élèves parmi les $31-20=11$ élèves qui ne font pas SES, ce qui fait $\binom{20}{3}\times\binom{11}{2}$ possibilités. Réponse **A.**

Exercice 3 — 6 points

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 8 \quad \text{et pour tout entier naturel} \quad n,\ u_{n+1} = u_n - \ln\left(\frac{u_n}{4}\right).$$

1. **a.**
- $u_1 = 8-\ln 2 \approx 7{,}31$;
- $u_2 = 8-\ln 2\ln 8-\ln 24- \approx 6{,}70$.

b. `mystere(10)` donne la somme des premiers termes de la suite de u_0 à u_9, soit $u_0+u_1+\ldots+u_9 = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} u_k$.

c. Il suffit en ligne 7 de remplacer S par (S /k)

2.
$$f(x) = x-\ln\left(\frac{x}{4}\right).$$

La fonction f somme de fonctions dérivables sur $[0\ ;\ +\infty[$ est dérivable et sur cet intervalle en posant $u(x)=\dfrac{x}{4}$, d'où $u'(x)=\dfrac{1}{4}$,

$f'(x) = 1-\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{\frac{x}{4}} = 1-\dfrac{1}{4}\times 4\dfrac{1}{x} = 1-\dfrac{1}{x} = \dfrac{x-1}{x}$

Comme $x>0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $x-1$:
- si $0<x<1$, alors $x-1<0$: la fonction f est décroissante sur $]0\ ;\ 1[$;
- si $x>1$, alors $x-1>0$: la fonction f est croissante sur $-1\ ;\ +\infty[$
- si $x=1$, alors $f'(1)=0$ et $f(1) = 1-\ln\dfrac{1}{4} = 1-(-\ln 4) = 1+\ln 4$ est le minimum de la fonction f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

Dans la suite de l'exercice, on remarquera que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

3. **a.** *Initialisation* : on a vu que $u_1 \approx 7{,}3$ et comme $u_0 = 8$, on a donc :

$$1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$$

l'encadrement est vrai au rang 0.

Hérédité : soit $n \in \mathbb{N}$, tel que $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.

On sait que sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ la fonction f est croissante, donc on a $f(1) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(u_n)$.

Or $f(1) = 1 - \ln\dfrac{1}{4} \approx 2{,}39$, donc $f(1) \geqslant 1$ et on a

$1 \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$: l'encadrement est vrai au rang $n+1$.

Conclusion : l'encadrement est vrai au rang 0 et s'il est vrai au rang $n \in \mathbb{N}$ il l'est encore au rang suivant : d'après le principe de récurrence :

pour tout entier naturel n, on a : $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.

b. L'encadrement précédent montre que : pour tout naturel n

• $u_{n+1} \leqslant u_n$: la suite (u_n) est décroissante ;

• $1 \leqslant u_n$: la suite (u_n) est minorée par 1.

On sait qu'alors la suite (u_n) converge vers une limite $\ell \geqslant 1$

c. $f(x) = x \iff x - \ln\left(\dfrac{x}{4}\right) = x \iff 0 = \ln\left(\dfrac{x}{4}\right) \iff \dfrac{x}{4} = 1 \iff x = 4$.

d. Par continuité de la fonction f (car elle est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$), la relation $u_{n+1} = u_n - \ln\left(\dfrac{u_n}{4}\right)$, donne puisque $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$:

$\ell = \ell - \ln\left(\dfrac{\ell}{4}\right)$: d'après la question précédente $\ell = 4$.

Exercice 4 — 5 points

1. On a $\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix}5\\-1\\-13\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}\begin{pmatrix}2\\-2\\-10\end{pmatrix}$.

Ces vecteurs ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C sont distincts et non alignés : ils définissent le plan $\mathscr{P}$ = (ABC).

Dans la suite, on considère le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$.

2. **a.** On a $\vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} = 10 + 3 - 13 = 0$ et $\vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} = 4 + 6 - 10 = 0$.

Le vecteur $\vec{n}$ orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC) est normal à ce plan

b. On sait qu'alors :

$M(x\ ;\ y\ ;\ z) \in \text{(ABC)} \iff 2x - 3y + 1z + d = 0, d \in \mathbb{R}$.

Par exemple A$(-1\ ;\ -1\ ;\ 17) \in$ (ABC) $\iff -2+3+17+d=0 \iff d=-18$, donc $M(x\ ;\ y\ ;\ z) \in$ (ABC) $\iff 2x-3y+z-18=0$.

3.

$$d\ :\ \begin{cases} x &= 3t+2 \\ y &= t+5 \\ z &= 4t+1 \end{cases}, \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

a. On sait que les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{d}$ de d sont les coefficients de t, soit $\vec{d}\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix}$

b. Les coordonnées de E commun à d et au plan (ABC) vérifient les équations paramétriques de d et l'équation cartésienne de (ABC) soit le système

$$\begin{cases} x &= 3t+2 \\ y &= t+5 \\ z &= 4t+1 \\ 2x-3y+1z-18 &= 0 \end{cases}, \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

En remplaçant x, y et z par leurs valeurs en fonction de t dans la dernière équation on obtient :

$2(3t+2)-3(t+5)+4t+1-18=0 \iff 6t+4-3y-15+4t+1-18=0 \iff$

$7t-28=0 \iff 7t=28 \iff t=4$.

D'où les coordonnées de E en remplaçant t par dans les équations de d : E$(14\,;9\,;17)$

4. La droite Δ contient D et a pour vecteur directeur un vecteur normal au plan (ABC) soit le vecteur $\vec{n}$.

Une équation de Δ est donc $\begin{cases} x &= 2t+2 \\ y &= -3t+5 \\ z &= t+1 \\ 2x-3y+1z-18 &= 0 \end{cases}$, avec $t \in \mathbb{R}$.

En résolvant le système obtenu en rajoutant l'équation de $\mathscr{P}$ permet d'obtenir $t=2$, d'où F$(6\ ;\ -1\ ;\ 3)$.

Puisque la droite (DF) est perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$, la distance DF est la (plus courte) distance du point au plan $\mathscr{P}$.

Or $\overrightarrow{\text{DF}}\begin{pmatrix}4\\-6\\2\end{pmatrix}$, d'où $\left\|\overrightarrow{\text{DF}}\right\|^2 = \text{DF}^2 = 4^2+(-6)^2+2^2 = 16+36+4 = 56 = 4\times 14$.

On a donc DF $= \sqrt{4\times 14} = \sqrt{4}\times\sqrt{14} = 2\sqrt{14}$ (en centaines de metres).

5. La plus petite distance du point de lancer au plan (ABC) est égale à $2\sqrt{14}$ centaines de mètres : il faut donc calculer le temps mis à la vitesse de 18,6 m.s^{-1} par un drone pour effectuer ce parcours de D à F.

On sait que $v=\dfrac{d}{t}$, ou $t=\dfrac{d}{v}=\dfrac{\text{DF}}{v}=\dfrac{2\sqrt{14}\times 100}{18{,}6} \approx 40{,}23$ (secondes).

Conclusion : le drone n'arrivera pas à temps.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.