Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques – Amérique du Nord – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

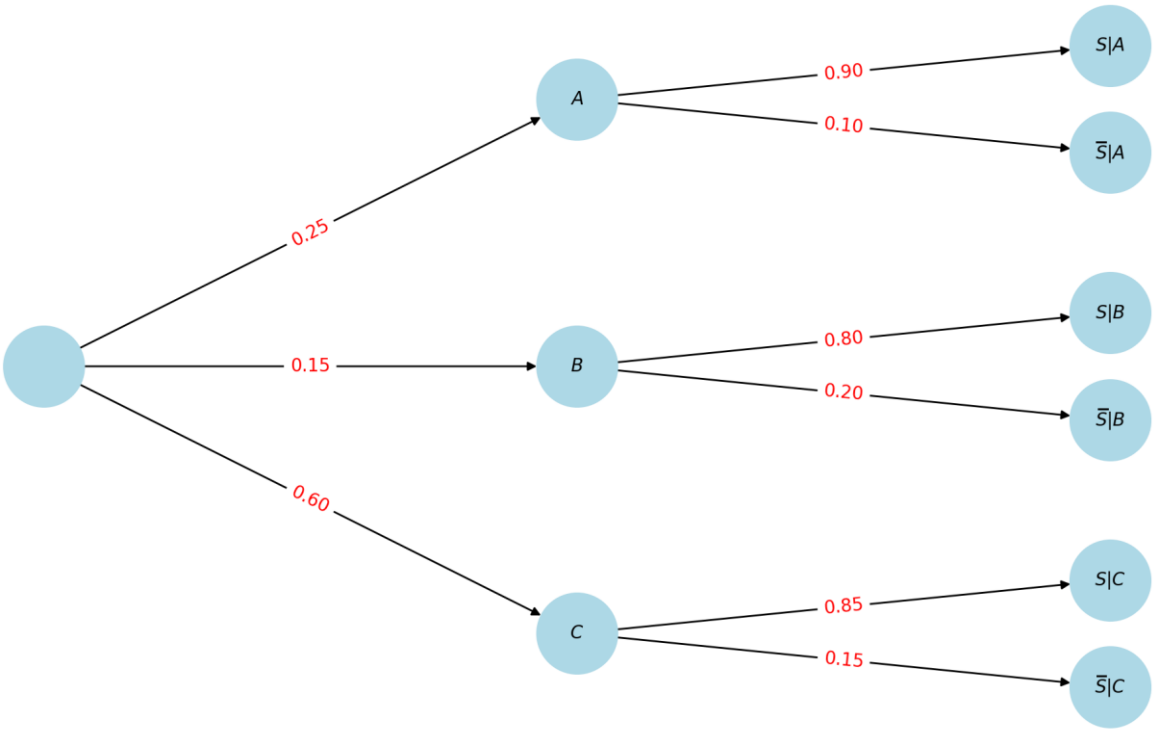
EXERCICE 1 (6 points)

Partie A

1. À partir de l'énoncé :

- P(A) = 0,25 et P(S|A) = 0,9 donc P($\bar{S}$|A) = 0,1
- P(B) = 0,15 et P(S|B) = 0,8 donc P($\bar{S}$|B) = 0,2
- P(C) = 1 − 0,25 − 0,15 = 0,6 et P(S|C) = 0,85 donc P($\bar{S}$|C) = 0,15

L'arbre pondéré est donc :



2. On cherche P(B ∩ S). Par la formule des probabilités composées :

P(B ∩ S) = P(B) × P(S|B) = 0,15 × 0,8 = 0,12

3. Calcul de P(C ∩ $\bar{S}$)

P(C ∩ $\bar{S}$) = P(C) × P($\bar{S}$ C) = 0,6 × 0,15 = 0,09

Interprétation : cela signifie que 9 % des connexions sont à la fois stables et passent par le serveur C.

4. On applique la formule des probabilités totales :

P(S) = P(A ∩ S) + P(B ∩ S) + P(C ∩ S) P(S) = 0,25 × 0,9 + 0,15 × 0,8 + 0,6 × 0,85 P(S) = 0,225 + 0,12 + 0,51 = 0,855

5. On cherche la probabilité conditionnelle P(B|S). On utilise la formule de Bayes :

P(B|S) = P(B ∩ S) / P(S) = 0,12 / 0,855 ≈ 0,140

Donc : la probabilité qu'une connexion stable ait eu lieu via le serveur B est d'environ 0,140 soit 14,0 %.

Partie B

1. On considère la variable aléatoire X : nombre de connexions instables parmi 50.

1.a X suit une loi binomiale de paramètres :

- n = 50 (taille de l'échantillon)
- p = 0,145 (probabilité qu'une connexion soit instable)

Donc : X ~ B (50 ; 0,145)

1.b On cherche P(X ≤ 8)

Ce calcul se fait avec une calculatrice. On utilise une fonction de somme cumulative :

P(X ≤ 8) ≈ 0,704 (valeur arrondie au millième)

2. X_n ~ B(n ; 0,145)

2.a On cherche : $p_n = P(X_n \geq 1)$

On utilise la complémentaire :

$$p_n = 1 - P(X_n = 0) = 1 - (1 - 0{,}145)^n = 1 - 0{,}855^n$$

2.b On résout l'inéquation :

$$1 - 0{,}855^n \geq 0{,}99 \Leftrightarrow 0{,}855^n \leq 0{,}01$$

$$\Leftrightarrow n.\ln(0{,}855) \leq \ln(0{,}01)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}855)} \approx \frac{-4{,}6051}{-0{,}1566} \approx 29{,}40$$

Donc la plus petite valeur entière est n = 30.

3.a Calcul de l'espérance $E(F_n)$

$$E(F_n) = E\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{E(X_n)}{n} = \frac{n \times p}{n} = p = 0{,}145$$

3.b On veut vérifier :

$$P(|F_n - 0{,}145| \geq 0{,}1) \leq \frac{12{,}5}{n}$$

On utilise l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$P(|F_n - E(F_n)| \geq \varepsilon) \leq \frac{V(F_n)}{\varepsilon^2}$$

D'après l'énoncé : $V(F_n) = \frac{0{,}123975}{n}$

Donc pour ε = 0,1 :

$$P(|F_n - 0{,}145| \geq 0{,}1) \leq \frac{\frac{0{,}123975}{n}}{0{,}01} = \frac{12{,}3975}{n}$$

Ce résultat est bien inférieur ou égal à $\frac{12{,}5}{n}$, donc l'inégalité est vérifiée.

3.c On constate que $|0{,}3 - 0{,}145| = 0{,}155 > 0{,}1$

On a vu que la probabilité d'un tel écart est très faible (≤ 12,5 / 1000 = 0,0125), donc environ 1,25 %.

Cela signifie qu'il est très peu probable d'observer une fréquence de 0,3 si les serveurs fonctionnent normalement.

Conclusion : Le responsable a raison de soupçonner un dysfonctionnement des serveurs.

EXERCICE 2 (5 points)

1.

$$u_1 = \frac{2u_0 + 1}{u_0 + 2} = \frac{2 \times 2 + 1}{2 + 2} = \frac{5}{4}$$

2.a

$$a_0 = \frac{u_0}{u_0 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$a_1 = \frac{u_1}{u_1 - 1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4} - 1} = \frac{5/4}{1/4} = 5$$

2.b On commence par exprimer séparément a_{n+1} et $3a_n - 1$ à l'aide de u_n.

$$3a_n - 1 = 3\frac{u_n}{u_n - 1} - 1 = \frac{3u_n - (u_n - 1)}{u_n - 1} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

Calculons maintenant a_{n+1}. On a :

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \quad \text{et} \quad u_{n+1} - 1 = \frac{2u_n + 1 - (u_n + 2)}{u_n + 2} = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$$

Donc :

$$a_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{2u_n + 1}{u_n + 2}}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2}} = \frac{2u_n + 1}{u_n - 1}$$

D'où :

$$a_{n+1} = 3a_n - 1$$

La relation est démontrée.

2.c On montre par récurrence que, pour tout entier $n \geq 1$, on a :

$$a_n \geq 3n - 1$$

Initialisation : Pour $n = 1$, $a_1 = 5$ et $3 \times 1 - 1 = 2$, donc $a_1 \geq 2$: l'inégalité est vraie.

Hérédité : On suppose que pour un certain entier $n \geq 1$, $a_n \geq 3n - 1$. Alors :

$$a_{n+1} = 3a_n - 1 \geq 3(3n - 1) - 1 = 9n - 3 - 1 = 9n - 4$$

Or :

$$9n - 4 \geq 3(n + 1) - 1 = 3n + 2 \Leftrightarrow 6n - 6 \geq 0$$

Ce qui est vrai pour tout $n \geq 1$. L'hérédité est donc établie.

Conclusion : pour tout entier $n \geq 1$, on a :

$$a_n \geq 3n - 1$$

2.d On sait que pour tout entier $n \geq 1$: $a_n \geq 3n - 1$

Par ailleurs, on a : $\lim\limits_{n\to+\infty} 3n - 1 = \lim\limits_{n\to+\infty} 3n = +\infty$

D'après le théorème de comparaison, on a ainsi : $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = +\infty$

3.a On a, par définition de a_n :

$$a_n = \frac{u_n}{u_n - 1} \Rightarrow a_n(u_n - 1) = u_n \Rightarrow a_n u_n - a_n = u_n$$

$$\Rightarrow a_n u_n - u_n = a_n \Rightarrow u_n(a_n - 1) = a_n \Rightarrow u_n = \frac{a_n}{a_n - 1}$$

Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \frac{a_n}{a_n - 1}$$

3.b On sait que $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$. Alors :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{a_n - 1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{a_n(1 - \frac{1}{a_n})} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{1 - \frac{1}{a_n}} = 1$$

La suite (u_n) converge donc vers 1.

4.a Ce programme modélise la suite (u_n). La variable u représente le terme u_n, et n représente le rang courant. La condition u - 1 > p signifie que l'on poursuit tant que le terme est à plus de p au-dessus de la limite 1. Ainsi, la fonction algo(p) renvoie :

- le plus petit entier n tel que $u_n - 1 \leq p$,
- le terme u_n correspondant.

Autrement dit, n est le rang à partir duquel la suite est suffisamment proche de sa limite 1, avec une précision p, et u est cette approximation de la limite.

4.b On cherche le plus petit entier n tel que $u_n - 1 \leq 0{,}001$.

Avec l'aide de la calculatrice, on trouve :

- $u_5 \approx 1{,}00275$
- $u_6 \approx 1{,}00091$

Donc la condition est satisfaite pour la première fois au rang $n = 6$.

Réponse : $n = 6$.

EXERCICE 3 (4 points)

Affirmation 1

Vérifions si elles sont parallèles :

- Un vecteur directeur de la droite (d) est $\vec{u}_d = (-2,\ 0,\ -6)$
- Un vecteur directeur de Oy est $\vec{v} = (0,\ 1,\ 0)$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les droites ne sont pas parallèles.

Vérifions si elles sont sécantes :

On cherche à savoir s'il existe un réel t tel que :

$$\begin{cases} 3 - 2t = 0 \\ -1 = y \\ 2 - 6t = 0 \end{cases}$$

De la première équation : $t = \frac{3}{2}$

De la troisième : $t = \frac{1}{3}$

Les deux valeurs de t sont différentes ⇒ incohérence ⇒ pas de point commun.

Donc les deux droites ne sont pas sécantes.

Conclusion : Les droites ne sont ni parallèles, ni sécantes, donc elles sont non coplanaires.

Affirmation 1 : Vraie

Affirmation 2

Le vecteur directeur de la droite (d) est $\vec{u}_d = (-2,\ 0,\ -6)$

On cherche l'équation du plan P passant par le point $A(3,\ -3,\ -2)$ et orthogonal à la droite (d), donc de vecteur normal $\vec{n} = (-2,\ 0,\ -6)$

L'équation du plan est donc :

$$-2(x-3) + 0(y+3) - 6(z+2) = 0 \Rightarrow -2(x-3) - 6(z+2) = 0$$

Développons :

$$-2x + 6 - 6z - 12 = 0 \Rightarrow -2x - 6z - 6 = 0 \Rightarrow 2x + 6z + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x + 3z + 3 = 0$$

Affirmation 2 : Vraie

Affirmation 3

On cherche t tel que $x = 2$, donc :

$$3 - 2t = 2 \Rightarrow t = 0.5$$

On en déduit que $C = (2,\ -1,\ -1)$

Calculons les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (5 - 3,\ -4 - (-3),\ -1 - (-2)) = (2,\ -1,\ 1)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (2 - 3,\ -1 - (-3),\ -1 - (-2)) = (-1,\ 2,\ 1)$$

On utilise la formule du produit scalaire pour calculer le cosinus de l'angle entre les deux vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 1 = -2 - 2 + 1 = -3$$

Normes des vecteurs :

$$\| \overrightarrow{AB} \| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$$

$$\| \overrightarrow{AC} \| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 4 + 1} = \sqrt{6}$$

Donc :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\| \overrightarrow{AB} \| \cdot \| \overrightarrow{AC} \|} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\widehat{BAC} = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

Affirmation 3 : Fausse

Affirmation 4

La distance d'un point $B(x_0,\ y_0,\ z_0)$ au plan d'équation $ax + by + cz + d = 0$ est :

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Ici :

- $a = 1, b = 0, c = 3, d = -7$ car le plan a pour équation $x + 3z - 7 = 0$
- $B = (5,\ -4,\ -1)$

$$BH = \frac{|1 \cdot 5 + 0 \cdot (-4) + 3 \cdot (-1) - 7|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 3^2}} = \frac{|5 - 3 - 7|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{|-5|}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Affirmation 4 : Vraie

EXERCICE 4 (5 points)

Partie A

1. La fonction associée à $\mathcal{C}_2$ s'annule pour $x = -2$ et $x = 1$. Ce sont donc des racines. La dérivée d'une fonction s'annule aux extremums locaux. Or, sur le graphique, la courbe $\mathcal{C}_1$ présente des points d'inflexion ou d'extremums proches de ces abscisses. De plus, le fait que $\mathcal{C}_2$ ait une allure « polynomiale » et s'annule en plusieurs points correspond bien à une fonction dérivée.

Donc :

- $\mathcal{C}_1$ est la représentation graphique de la fonction g
- $\mathcal{C}_2$ est la représentation graphique de la fonction g'

2. La tangente à une courbe au point d'abscisse 0 a pour équation :

$$y = g'(0) \cdot x + g(0)$$

Or, d'après les graphiques :

- $g'(0) = 2$ (valeur de la fonction dérivée au point 0)
- $g(0) = 1$

Donc l'équation de la tangente est :

$$y = 2x + 1$$

Partie B

1. On vérifie que la fonction $f_0(x) = (x^2 + 3x)e^{-x}$ est solution.

Calcul de $f'_0(x)$:

$$\begin{aligned} f'_0(x) &= [(x^2 + 3x) \cdot e^{-x}]' = (x^2 + 3x)' \cdot e^{-x} + (x^2 + 3x) \cdot (e^{-x})' \\ &= (2x + 3)e^{-x} - (x^2 + 3x)e^{-x} \end{aligned}$$

Donc :

$$f_0(x) + f'_0(x) = (x^2 + 3x)e^{-x} + [(2x + 3)e^{-x} - (x^2 + 3x)e^{-x}] = (2x + 3)e^{-x}$$

Donc f_0 est bien solution de (E).

2. Résolvons l'équation homogène associée :

$$(E_0) : y + y' = 0 \Rightarrow y' = -y$$

C'est une équation différentielle linéaire classique dont la solution générale est :

$$y(x) = Ce^{-x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

3. La solution générale de (E) est donc :

$$y(x) = f_0(x) + Ce^{-x} = (x^2 + 3x)e^{-x} + Ce^{-x} = (x^2 + 3x + C)e^{-x}$$

4. On nous dit que la fonction g vue en partie A est une solution de (E), et on sait que $g(0) = 1$. On a :

$$g(x) = (x^2 + 3x + C)e^{-x} \Rightarrow g(0) = (0^2 + 0 + C)e^0 = C \Rightarrow C = 1$$

Donc :

$$g(x) = (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$$

5. On cherche les solutions de (E) dont la courbe a exactement deux points d'inflexion.

On part de la solution générale :

$$y(x) = (x^2 + 3x + C)e^{-x}$$

Notons y'' la dérivée seconde. Un point d'inflexion est un point où $y''(x) = 0$ et où la concavité change.

On commence par calculer :

$$y'(x) = [(x^2 + 3x + C)e^{-x}]' = (2x + 3)e^{-x} - (x^2 + 3x + C)e^{-x}$$
$$= (-x^2 - x + 3 - C)e^{-x}$$

Puis :

$$y''(x) = [(-x^2 - x + 3 - C)e^{-x}]'$$

$$= (-2x - 1)e^{-x} + (x^2 + x - 3 + C)e^{-x} = (x^2 - x - 4 + C)e^{-x}$$

Donc :

$$y''(x) = (x^2 - x - 4 + C)e^{-x}$$

Pour que la courbe admette exactement deux points d'inflexion, il faut que l'équation $y''(x) = 0$ ait exactement deux racines réelles distinctes. Cela revient à résoudre :

$$x^2 - x - 4 + C = 0$$

Le discriminant de ce trinôme est :

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-4 + C) = 1 + 16 - 4C = 17 - 4C$$

Pour qu'il y ait deux racines réelles distinctes, il faut $\Delta > 0$, donc :

$$17 - 4C > 0 \Rightarrow C < \frac{17}{4}$$

De plus, pour qu'il y ait exactement deux points d'inflexion, on veut éviter $\Delta = 0$ (ce qui donnerait un seul point d'inflexion).

Donc, la condition est :

$$C < \frac{17}{4}$$

Partie C

1. La fonction $f(x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ est un produit de deux fonctions :

- $x^2 + 3x + 2 \to \infty$ lorsque $x \to +\infty$
- $e^{-x} \to 0$ lorsque $x \to +\infty$

Mais l'exponentielle décroît plus rapidement que le polynôme ne croît, donc :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

2.a Calcul de la dérivée :

$$f'(x) = [(x^2 + 3x + 2)e^{-x}]' = (2x + 3)e^{-x} - (x^2 + 3x + 2)e^{-x} = (-x^2 - x + 1)e^{-x}$$

2.b Le signe de $f'(x)$ dépend du signe de $-x^2 - x + 1$

On résout :

$$-x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1^2 + 4 = 5 \Rightarrow x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

On en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
Signe $f'(x)$	$-$	$+$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$ ↘	↗	↘	0

3. Sur $[0; +\infty[$, on a : $x^2 + 3x + 2 \geq 0$ et $e^{-x} > 0$.

Donc $f(x) \geq 0$ pour $x \geq 0$, donc la fonction est positive sur cet intervalle.

4. L'aire $A(\alpha)$ est l'aire sous la courbe $\mathcal{C}_f$ entre $x = 0$ et $x = \alpha$

On nous donne que $F(x) = (-x^2 - 5x - 7)e^{-x}$ est une primitive de $f(x)$

Alors :

$$A(\alpha) = \int_0^{\alpha} f(x)dx = F(\alpha) - F(0)$$

Calcul :

$$F(0) = (-0 - 0 - 7)e^0 = -7$$

$$\Rightarrow A(\alpha) = F(\alpha) + 7 = (-\alpha^2 - 5\alpha - 7)e^{-\alpha} + 7$$

———

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.