Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques
Nouvelle-Calédonie – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

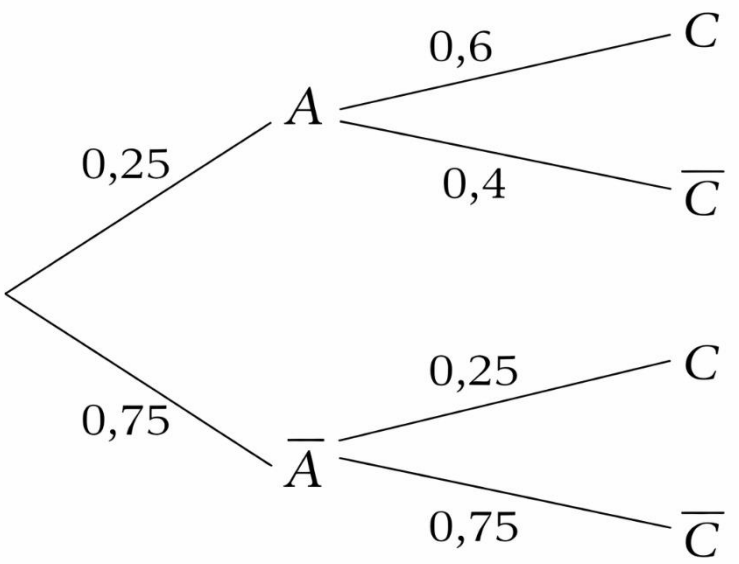
L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

1. On complète l'arbre :



2. On cherche $P(A \cap C)$. On s'aide de l'arbre :

$$P(A \cap C) = P(A) \times P(C \mid A) = 0{,}25 \times 0{,}6 = 0{,}15$$

3. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(C) = P(A)P(C \mid A) + P(\overline{A})P(C \mid \overline{A})$$

Donc :

$$P(C) = 0{,}25 \times 0{,}6 + 0{,}75 \times 0{,}25 = 0{,}3375$$

4. « Le joueur a obtenu un billet de 10 euros » signifie $\overline{C}$.

On calcule :

$$P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0{,}3375 = 0{,}6625$$

et

$$P(\overline{A} \cap \overline{C}) = P(\overline{A})\, P(\overline{C} \mid \overline{A}) = 0{,}75 \times 0{,}75 = 0{,}5625$$

Alors

$$P\left(\overline{A} \mid \overline{C}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{C}\right)}{P\left(\overline{C}\right)} = \frac{0{,}5625}{0{,}6625} = \frac{45}{53} \approx 0{,}849 > 0{,}80$$

L'affirmation est donc vraie.

5. La variable X_1 vaut 50 avec la probabilité $P(C) = 0{,}3375$, et 10 avec la probabilité $0{,}6625$.

Donc :

$$E(X_1) = 50 \times 0{,}3375 + 10 \times 0{,}6625 = 23{,}5$$

Pour la variance, on calcule d'abord :

$$E(X_1^2) = 50^2 \times 0{,}3375 + 10^2 \times 0{,}6625 = 2500 \times \frac{27}{80} + 100 \times \frac{53}{80} = 910$$

Puis :

$$V(X_1) = E(X_1^2) - (E(X_1))^2 = 910 - 23,5^2 = 910 - 552{,}25 = 357{,}75$$

6. a. On a $Y = X_1 + X_2$, donc par linéarité de l'espérance $E(Y) = E(X_1) + E(X_2)$.

Comme on remet la boule et le billet, la 2e partie est identique à la 1re, donc $E(X_2) = E(X_1) = 23{,}5$.

Ainsi $E(Y) = 23{,}5 + 23{,}5 = 47$

6. b. Les deux parties sont indépendantes (on remet tout en place et on rejoue dans les mêmes conditions), donc X_1 et X_2 sont indépendantes. Dans ce cas, on a :

$$V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$$

On obtient donc $V(Y) = V(X_1) + V(X_2)$ comme demandé.

7. Les variables $X_1, \ldots, X_{100}$ sont identiquement distribuées et indépendantes.

Donc :

$$E(Z) = E(X_1 + \cdots + X_{100}) = 100\,E(X_1) = 100 \times 23{,}5 = 2350$$

et

$$V(Z) = V(X_1) + \cdots + V(X_{100}) = 100\,V(X_1) = 100 \times 357{,}75 = 35775$$

L'intervalle $]1950; 2750[$ est centré en 2350 et correspond à $|Z - 2350| < 400$.

Par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P(|Z - E(Z)| \geq 400) \leq \frac{V(Z)}{400^2} = \frac{35775}{160000} = 0{,}22359375$$

Donc :

$$P(|Z - 2350| < 400) \geq 1 - 0{,}22359375 = 0{,}77640625$$

Ainsi $P(Z \in]1950; 2750[) \geq 0{,}7764$, ce qui est bien supérieur ou égal à $0{,}75$.

EXERCICE 2 (4 points)

1. On calcule les vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (1; 1; -2) \qquad \overrightarrow{BC} = C - B = (1; 1; 1)$$

Le produit scalaire vaut :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1 \times 1 + 1 \times 1 + (-2) \times 1 = 0$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux, ce qui prouve que le triangle ABC est rectangle en B.

2. Comme le triangle ABC est rectangle, alors les points A, B et C ne sont pas alignés.
Vérifions que les coordonnées des points A, B et C vérifient l'équation du plan proposée.

$$x_A - y_A - 8 = 4 - (-4) - 8 = 4 + 4 - 8 = 0$$

$$x_B - y_B - 8 = 5 - (-3) - 8 = 5 + 3 - 8 = 0$$

$$x_C - y_C - 8 = 6 - (-2) - 8 = 6 + 2 - 8 = 0$$

Les points A, B et C appartiennent à ce plan. Donc l'équation du plan (ABC) est bien :

$$x - y - 8 = 0$$

3. a. La droite d passe par $D(5; 1; 1)$ et est orthogonale au plan (ABC), donc elle a pour vecteur directeur un vecteur normal au plan, par exemple $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

Une représentation paramétrique de d est donc

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

3. b. Le point H est l'intersection de d avec le plan (ABC). On remplace dans l'équation du plan $x - y - 8 = 0$:

$$(5 + t) - (1 - t) - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 + t - 1 + t - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 2$$

Donc :

$$H(5 + 2;\ 1 - 2;\ 1) = (7; -1; 1)$$

3. c. On calcule :

$$DH = \| \overrightarrow{DH} \| = \sqrt{(7-5)^2 + (-1-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

4. a. On prend comme base le triangle ABC. D'après la question 1, il est rectangle en B, donc :

$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2} AB \times BC$$

Or

$$AB = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{6} \qquad BC = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

Donc :

$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2}\sqrt{6}\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{18} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

La hauteur issue de D sur le plan (ABC) est DH, donc $h = 2\sqrt{2}$.

Ainsi :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}(ABC) \times DH = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

4. b. On considère maintenant la même pyramide avec pour base le triangle BCD, et on admet :

$$\mathcal{A}(BCD) = \frac{\sqrt{42}}{2}$$

Si h_A désigne la distance du point A au plan (BCD), alors :

$$2 = V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}(BCD) \times h_A$$

Donc :

$$h_A = \frac{6}{\mathcal{A}(BCD)} = \frac{6}{\sqrt{42}/2} = \frac{12}{\sqrt{42}} = \frac{12\sqrt{42}}{42} = \frac{2\sqrt{42}}{7}$$

La distance du point A au plan (BCD) vaut donc $\frac{2\sqrt{42}}{7}$.

EXERCICE 3 (6 points)

Partie A

1. Pour tout $x \in [0; 1]$, on a $f_1(x) = x\,\mathrm{e}^{1-x}$.

Par produit :

$$f'_1(x) = 1 \cdot \mathrm{e}^{1-x} + x \cdot (-\mathrm{e}^{1-x}) = \mathrm{e}^{1-x}(1-x)$$

Or $\mathrm{e}^{1-x} > 0$ et, pour $x \in [0; 1[$, $1 - x > 0$.

Donc $f'_1(x) > 0$ sur $[0; 1[$.

2. Comme $f'_1(x) > 0$ sur $[0; 1[$, la fonction f_1 est strictement croissante sur $[0; 1]$.

De plus :

$$f_1(0) = 0 \qquad \text{et} \qquad f_1(1) = 1$$

Ainsi, on a le tableau de variations suivant :

x	0		1
$f'_1(x)$		+	
$f_1(x)$	0	↗	1

3. La fonction f_1 est continue et strictement croissante sur $[0; 1]$.

Comme $f_1(0) = 0 < 0{,}1$ et $f_1(1) = 1 > 0{,}1$, le théorème des valeurs intermédiaires assure l'existence d'une solution dans $[0; 1]$.

Donc l'équation $f_1(x) = 0{,}1$ admet une unique solution dans $[0; 1]$.

Partie B

1. a. Soit $x \in [0; 1]$ et $n \geq 1$.

On a $x^n \geq 0$ et :

$$x^{n+1} = x^n \cdot x \leq x^n \cdot 1 = x^n$$

Donc

$$0 \leq x^{n+1} \leq x^n$$

1. b. Pour $x \in [0;1]$, on a $\mathrm{e}^{1-x} > 0$. En multipliant l'inégalité précédente par e^{1-x} puis en intégrant de 0 à 1 (par croissance de l'intégrale) :

$$0 \leq \int_0^1 x^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-x}\,dx \leq \int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{1-x}\,dx$$

C'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

1. c. On vient de montrer que (u_n) est décroissante et qu'elle est minorée par 0.

Une suite décroissante et minorée converge. Donc (u_n) est convergente.

2. a. On calcule $u_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-x}\,dx$ par intégration par parties, en posant :

$u(x) = x^{n+1}$ donc $u'(x) = (n+1)x^n$

$v'(x) = \mathrm{e}^{1-x}$ donc $v(x) = -\mathrm{e}^{1-x}$

Alors :

$$u_{n+1} = [x^{n+1}(-\mathrm{e}^{1-x})]_0^1 - \int_0^1 (n+1)x^n(-\mathrm{e}^{1-x})\,dx$$

$$= -e^0 + 0 + \int_0^1 (n+1)x^n e^{1-x}dx$$

$$= -1 + (n+1)\int_0^1 x^n e^{1-x}dx$$

$$= -1 + (n+1)u_n$$

$$= (n+1)u_n - 1$$

2. b. On a $\int_0^1 x^8\,\mathrm{e}^{1-x}\,dx = u_8$.

On part de $u_1 = \mathrm{e} - 2$ et on applique 7 fois la relation $u_{n+1} = (n+1)u_n - 1$ (pour $n = 1$ jusqu'à $n = 7$).

```
from math import exp

def suite() :
        u = exp(1) - 2
        for n in range(1,8) :
                u = (n+1) * u - 1
        return u
```

3. a. Pour $x \in [0; 1]$, on a $1 - x \leq 1$, donc $\mathrm{e}^{1-x} \leq \mathrm{e}$. Ainsi, par croissance de l'intégrale :

$$u_n = \int_0^1 x^n \, \mathrm{e}^{1-x} \, dx \leq \int_0^1 x^n \, \mathrm{e} \, dx$$

Donc :

$$u_n \leq \mathrm{e} \int_0^1 x^n \, dx = \mathrm{e} \left[\frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_0^1 = \frac{\mathrm{e}}{n+1}$$

3. b. On a, pour tout $n \geq 1$:

$$0 \leq u_n \leq \frac{\mathrm{e}}{n+1}$$

Or :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\mathrm{e}}{n+1} = 0$$

Donc par encadrement (théorème des gendarmes), $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$.

EXERCICE 4 (5 points)

Affirmation 1 : vraie

On factorise :

$$f(x) = \ln(x) - x^2 = x^2 \left(\frac{\ln(x)}{x^2} - 1 \right)$$

On sait, par croissances comparées, que :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} = 0$$

Donc :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} - 1 = -1$$

Et donc :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

Affirmation 2 : vraie

On pose $y = f$ avec $f(x) = 2\cos(x) - \sin(x)$.

Alors :

$$f'(x) = -2\sin(x) - \cos(x)$$

On calcule le membre de gauche de (E) :

$$-2f'(x) + 3f(x) = -2(-2\sin(x) - \cos(x)) + 3(2\cos(x) - \sin(x))$$
$$= 4\sin(x) + 2\cos(x) + 6\cos(x) - 3\sin(x) = \sin(x) + 8\cos(x)$$

On retrouve bien le membre de droite de (E). Donc f est solution de (E).

Affirmation 3 : vraie

Montrons par récurrence que, pour tout n, $u_{n+1} < u_n$.

Initialisation : Pour $n = 0$, $u_1 = \ln(76) + 8 \approx 12{,}33$ et $u_0 = 25$, donc $u_1 < u_0$.

La propriété est vraie au rang $n = 0$.

Hérédité : Supposons $u_{n+1} < u_n$. Alors :

$$3u_{n+1} + 1 < 3u_n + 1$$

Comme ln est strictement croissante sur $]0, +\infty[$, on obtient :

$$\ln(3u_{n+1} + 1) < \ln(3u_n + 1)$$
$$\Leftrightarrow \ln(3u_{n+1} + 1) + 8 < \ln(3u_n + 1) + 8$$
$$\Leftrightarrow u_{n+2} < u_{n+1}$$

La propriété est vraie au rang $n + 1$.

Conclusion : Pour tout n, $u_{n+1} < u_n$ donc la suite (u_n) est décroissante.

Affirmation 4 : vraie

Une fonction affine h s'écrit sous la forme $h(x) = ax + b$

On a donc :

$$k(x) = x^4 + x^2 + ax + b$$
$$k'(x) = 4x^3 + 2x + a$$
$$k''(x) = 12x^2 + 2$$

Or $12x^2 + 2 \geq 2$ pour tout réel x. Donc $k''(x) \geq 0$ sur $\mathbb{R}$, ainsi k est convexe sur $\mathbb{R}$.

Affirmation 5 : fausse

Le mot EULER a 5 lettres dont la lettre E apparaît deux fois.

Le nombre d'anagrammes est donc :

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

Il n'y en a pas 120.

_____

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.