Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

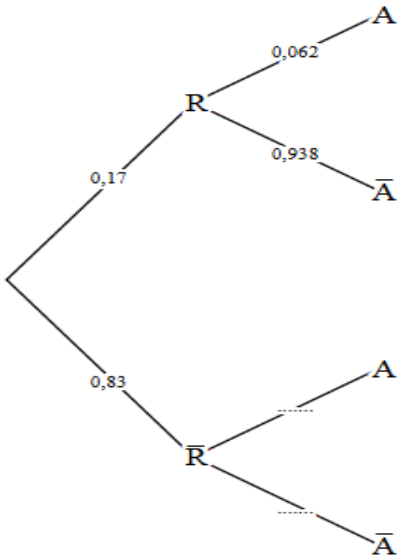
CORRIGE BAC

Année : 2025 **Matière :** Spé maths **Sujet :** Polynésie 1

Exercice 1 :

Partie A :

1.



D'après l'énoncé, $P(R) = 0{,}17$ et $P(\bar{R}) = 0{,}83$. De plus, $P_R(A) = 0{,}062$.
Ainsi, $P_R(\bar{A}) = 1 - P_R(A) = 1 - 0{,}062$. $P_R(\bar{A}) = 0{,}938$.

2.

a.

On cherche $P(R \cap A)$.
$P(R \cap A) = P(R)P_R(A)$.
Donc, $P(R \cap A) = 0{,}17 \times 0{,}062 = 0{,}01054$.
La probabilité pour que l'enfant interrogé habite en zone rurale et soit atteint d'une allergie alimentaire est de 0,01054.

b.

On cherche $P(\bar{R} \cap A)$.
$P(A) = P(R \cap A) + P(\bar{R} \cap A)$.
Donc, $P(\bar{R} \cap A) = P(A) - P(R \cap A)$.
D'après l'énoncé, $P(A) = 0{,}09$ (donnée en partie B, *a priori* c'est une erreur d'énoncé).
Donc, $P(\bar{R} \cap A) = 0{,}09 - 0{,}01054$. $P(\bar{R} \cap A) = 0{,}07946$.
La probabilité pour que l'enfant interrogé habite en zone rurale et soit atteint d'une allergie alimentaire est de 0,07946.

c.

On cherche $P_{\bar{R}}(A)$.
$P_{\bar{R}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{R})}{P(\bar{R})}$ $P_{\bar{R}}(A) = \frac{0{,}07946}{0{,}83}$. Donc, $P_{\bar{R}}(A) \approx 0{,}0957$.
Ainsi, la probabilité pour qu'un enfant qui habite en zone urbaine soit atteint d'une allergie alimentaire est d'environ 0,0957.

Partie B :

1.

Choisir un enfant est une épreuve de Bernoulli dont le succès est « l'enfant est atteint d'une allergie alimentaire » de probabilité 0,09.
On répète 100 fois cette épreuve de façon identique et indépendante. On a donc un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}09$.
La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès (le nombre d'enfants atteints d'une allergie alimentaire) suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}(100\ ;\ 0{,}09)$.

2.

On cherche $P(X \geq 10)$.
$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10) = 1 - P(X \leq 9)$ car X est à valeurs entières.
D'après la calculatrice, $P(X \leq 9) \approx 0{,}5875$.
Donc, $P(X \geq 10) \approx 1 - 0{,}5875 \approx 0{,}4125$.
La probabilité pour qu'au moins 10 enfants soient atteints d'une allergie alimentaire est d'environ 0,4125.

Partie C :

1.

La variable aléatoire M_{20} représente l'âge moyenne d'apparition des premiers symptômes allergiques chez les 20 enfants.

2.

$E(M_{20}) = E\left(\frac{A_1+\cdots+A_{20}}{20}\right) = \frac{1}{20}\left(E(A_1)+\cdots+E(A_{20})\right)$ par linéarité de l'espérance.
Or, $A_1, \ldots, A_{20}$ ont même espérance donc $E(A_1) = \cdots = E(A_{20})$.
Ainsi, $E(M_{20}) = \frac{1}{20}\left(E(A_1)+\cdots+E(A_1)\right) = \frac{1}{20} \times 20E(A_1) = E(A_1)$.
Ainsi, $E(M_{20}) = 4$.

$V(M_{20}) = V\left(\frac{A_1+\cdots+A_{20}}{20}\right) = \frac{1}{20^2}V(A_1+\cdots+A_{20}) = \frac{1}{20^2}\left(V(A_1)+\cdots+V(A_{20})\right)$ car les variables $A_1, \ldots, A_{20}$ sont indépendantes.
Or, $A_1, \ldots, A_{20}$ ont même espérance donc $V(A_1) = \cdots = V(A_{20})$.
Ainsi, $V(M_{20}) = \frac{1}{20^2}\left(V(A_1)+\cdots+V(A_1)\right) = \frac{1}{20^2} \times 20V(A_1) = \frac{V(A_1)}{20}$.
Donc, $V(M_{20}) = \frac{2{,}25}{20}$. Donc, $V(M_{20}) = 0{,}1125$.

3.

$P(2 < M_{20} < 6) = P(-2 < M_{20} - 4 < 2) = P(|M_{20} - 4| < 2)$.
Or, $E(M_{20}) = 4$ donc $P(2 < M_{20} < 6) = P(|M_{20} - E(M_{20})| < 2) = 1 - P(|M_{20} - E(M_{20})| \geq 2)$.
Or, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, $P(|M_{20} - E(M_{20})| \geq 2) \leq \frac{V(M_{20})}{2^2}$.
Donc, $P(2 < M_{20} < 6) \geq 1 - \frac{V(M_{20})}{2^2}$ car la fonction $x \mapsto 1 - x$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ (fonction affine de coefficient directeur -1<0).
$1 - \frac{V(M_{20})}{2^2} = 1 - \frac{0{,}1125}{4} = 0{,}971875 > 0{,}97$.
Ainsi, $P(2 < M_{20} < 6) > 0{,}97$.
Ainsi, la probabilité pour que l'âge moyen d'apparition des symptômes allergiques chez les 20 enfants soit strictement compris entre 2 ans et 6 ans est strictement supérieure à 0,97**.**

Exercice 2 :

1.

On cherche $S(x\,;y\,;z)$ tel que S appartienne à la droite d_B (l'avion garde la même trajectoire) et tel que S appartienne au plan P_0 d'équation $z = 0$.
On peut déjà dire que $z = 0$.

On cherche $x\,;y\,;t$ tels que $\begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = -5 + t \\ 0 = 11 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{4} \\ y = -\frac{9}{4} \\ t = \frac{11}{4} \end{cases}$.

Ainsi, l'avion Beta touchera le sol au point $S\left(\frac{11}{4}\,;-\frac{9}{4}\,;0\right)$.

2.

a.

La droite d_A a pour vecteur directeur $\vec{u} = (2\,;-1\,;-3)$ et passe par le point $A(-7\,;1\,;7)$.

Ainsi, une représentation paramétrique de la droite d_A est $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 7 - 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$.

b.

On cherche si les droites d_A et d_B sont sécantes.

On cherche donc $t \in \mathbb{R}$ et $s \in \mathbb{R}$ tels que $\begin{cases} -7+2t = -11+5s & L_1 \\ 1-t = -5+s & L_2 \\ 7-3t = 11-4s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 = -21+7s & L_1+2L_2 \\ t = 6-s & L_2 \\ 7-3t = 11-4s \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} s = \frac{16}{7} \\ t = \frac{26}{7} \\ 7-3t = 11-4s \end{cases}$. On regarde si la dernière équation est vérifiée.

D'une part, $7-3\times\frac{26}{7} = -\frac{29}{7}$ et d'autre part, $11-4\times\frac{16}{7} = \frac{13}{7} \neq -\frac{29}{7}$. La dernière équation n'est pas vérifiée donc il n'y a pas de solution.

Ainsi, les droites d_A et d_B n'admettent aucun point d'intersection. Les avions ne peuvent donc pas entrer en collision.

3.

a.

Montrons que le point E appartient à la droite d_A.

On cherche t tel que $\begin{cases} x_E = -7+2t \\ y_E = 1-t \\ z_E = 7-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -7+2t \\ -1 = 1-t \\ 1 = 7-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ t = 2 \end{cases}$. On trouve donc une solution. Ainsi, le point E appartient bien à la droite d_A. L'avion Alpha passera donc par ce point.

b.

Le plan P_E est perpendiculaire à la droite d_A donc tout vecteur directeur de la droite d_A est normal au plan P_E.

Ainsi, $\vec{u} = (2\,;\,-1\,;\,-3)$ est un vecteur normal au plan P_E.

Une équation cartésienne du plan P_E est donc $2x-y-3z+d=0$ où d est un réel à déterminer.

Le plan P_E passe par le point E. Ainsi, ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne ci-dessus.

Donc, $2x_E - y_E - 3z_E + d = 0 \Leftrightarrow -6+1-3+d=0 \Leftrightarrow d = 8$.

Une équation cartésienne du plan P_E est donc $2x-y-3z+8=0$.

c.

Montrons que F appartient à la fois au plan P_E et à la droite d_B.

$2x_F - y_F - 3z_F + 8 = -2+3-9+8 = 0$ car F appartient au plan P_E.

On cherche t tel que $\begin{cases} x_F = -11+5t \\ y_F = -5+t \\ z_F = 11-4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -11+5t \\ -3 = -5+t \\ 3 = 11-4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ t = 2 \end{cases}$. On trouve une solution donc le point F appartient à la droite d_B.

Ainsi, F est le point d'intersection du plan P_E avec la droite d_B.

d.

$\overrightarrow{EF} = (x_F - x_E\,;\,y_F - y_E\,;\,z_F - z_E) = (-1+3\,;\,-3+1\,;\,3-1) = (2\,;\,-2\,;\,2)$.

Donc, $EF = \sqrt{2^2+(-2)^2+2^2} = \sqrt{12}$. Ainsi, $EF = 2\sqrt{3}$ km.

On a donc : $EF \approx 3{,}464$ km.

4.

3 milles nautiques = 3×1852 m = 5556 m =5,556 km

Or, $3{,}464 < 5{,}556$ donc la distance de sécurité n'est pas respectée.

Exercice 3 :

Partie A : Etude des fonctions f_n pour $n \geq 1$.

1.

a.

f_n est dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$.
Pour tout $x \geq 0, f_n'(x) = nx^{n-1}e^x + x^n e^x = (n-x)x^{n-1}e^x$.

b.

On étudie le signe de $f_n'(x)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$.
Pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[, x^{n-1} \geq 0$ (car $x \geq 0$ donc produit de nombres positifs) et $e^x > 0$.
Pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[, n - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq n$.
Donc, pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[, f_n'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq n$.

On a donc le tableau suivant :

x	0		n		$+\infty$
Signe de $f_n'(x)$		+	0	-	
Variations de f_n	0	↗	$\left(\frac{n}{e}\right)^n$	↘	0

En effet, $f_n(0) = 0^n e^{-0} = 0$ car $0^n = 0$ puisque $n \geq 1$.
De plus, $f_n(n) = n^n e^{-n} = \frac{n^n}{e^n} = \left(\frac{n}{e}\right)^n$
Pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[, f_n(x) = x^n e^{-x} = \frac{x^n}{e^x}$. Or, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$ par croissance comparée donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

2.

Montrons que $f_n(1) = e^{-1}$.
$f_n(1) = 1^n e^{-1} = e^{-1}$.
Donc, le point A appartient bien à la courbe C_n.

Partie B : Etude des intégrales $\int_0^1 f_n(x)dx$ pour $n \geq 0$.

1.

a.

Pour tout entier naturel n, I_n représente l'aire comprise entre C_n, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

b.

D'après le graphique, il semble $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = 0$.

2.

$I_0 = \int_0^1 f_0(x)dx = \int_0^1 e^{-x}dx = [-e^{-x}]_0^1$ car la fonction $x \mapsto -e^{-x}$ est une primitive de $x \mapsto e^{-x}$.
Donc, $I_0 = -e^{-1} + 1$. $I_0 = 1 - e^{-1}$.

3.

a.

D'abord, pour tout $x \in [0\ ;1], x^n \geq 0$ et $x^{n+1} \geq 0$ (produits de nombre positifs car $x \geq 0$).
Montrons que pour tout $x \in [0\ ;1], x^n - x^{n+1} \geq 0$.
Pour tout $x \in [0\ ;1], x^n - x^{n+1} = x^n(1-x)$.
Pour tout $x \in [0\ ;1], x^n \geq 0$ et $x \leq 1$ donc $-x \geq -1$ (car on multiplie -1<0) donc $1 - x \geq 0$.

Par produit, pour tout $x \in [0\,;1], x^n(1-x) \geq 0$ donc $x^n - x^{n+1} \geq 0$.
Ainsi, pour tout $x \in [0\,;1], x^{n+1} \leq x^n$.
D'après tout ce qui précède, pour tout $x \in [0\,;1], 0 \leq x^{n+1} \leq x^n$.

b.

On multiplie l'inégalité précédente par $e^{-x} \geq 0$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, pour tout $x \in [0\,;1], 0 \leq x^{n+1}e^{-x} \leq x^n e^{-x}$.
Donc, comme $0 \leq 1$, par croissance de l'intégrale, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\int_0^1 0dx \leq \int_0^1 x^{n+1}e^{-x}dx \leq \int_0^1 x^n e^{-x}dx$.
$\int_0^1 0dx = [0]_0^1 = 0$ donc pour tout $n \in \mathbb{N}, 0 \leq I_{n+1} \leq I_n$.

4.

D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}, 0 \leq I_{n+1} \leq I_n$ donc la suite (I_n) est décroissante et minorée par 0. Donc, d'après le théorème de convergence des suites monotones, la suite (I_n) converge vers une limite $l \geq 0$.

5.

Intégrons par parties.
On pose : $u'(x) = e^{-x}$ et $v(x) = x^{n+1}$. On peut prendre $u(x) = -e^{-x}$ et $v'(x) = (n+1)x^n$.
Les fonctions u et v sont dérivables et de dérivée continue sur $[0\,;1]$.
Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}, I_{n+1} = \int_0^1 u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_0^1 - \int_0^1 u(x)v'(x)dx$.
Donc, pour tout $n \in \mathbb{N}, I_{n+1} = [-x^{n+1}e^{-x}]_0^1 - \int_0^1 -(n+1)x^n e^{-x}dx = -e^{-1} + (n+1)\int_0^1 x^n e^{-x}dx$ par linéarité de l'intégrale.
Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}, I_{n+1} = (n+1)I_n - \frac{1}{e}$.

6.

a.

On suppose que $l > 0$.
D'une part, $\lim\limits_{n\to+\infty} n+1 = +\infty$ et $\lim\limits_{N\to+\infty} I_N = l$. Ainsi, $\lim\limits_{n\to+\infty} I_{n+1} = l$.
D'autre part, par produit, $\lim\limits_{n\to+\infty} (n+1)I_n = +\infty$ car $l > 0$.
Par somme, $\lim\limits_{n\to+\infty} \left((n+1)I_n - \frac{1}{e}\right) = +\infty$.
Avec l'égalité de la question précédente, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} I_{n+1} = +\infty$.
On a donc une contradiction avec la première limite trouvée, qui est finie.

b.

Ce qui a été fait à la question précédente est un raisonnement par l'absurde. On a vu que suppose $l > 0$ amène à une contradiction. Ce cas est donc à rejeter.
Comme, d'après la question 4, $l \geq 0$, il ne reste qu'une seule possibilité : $l = 0$.

7.

Au début du script, on a une initialisation où l'on met I à la valeur de I_0 trouvée à la question 2.
Puis, dans la boucle, on calcule les termes suivants et on les ajoute à la liste L.
mystere(100) renvoie la liste des intégrales I_n pour n allant de 0 à 100.
Ainsi, cette instruction renvoie la liste des aires comprises entre l'axe des abscisses, les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$ et la courbe C_n pour n allant de 0 à 100.

Exercice 4 :

Affirmation 1 :

L'équation homogène associée à (E) est (E'): $y' = \frac{1}{2}y$.

Il s'agit d'une équation différentielle de la forme $y' = ay$ avec $a = \frac{1}{2}$.

Les solutions de (E') sont donc les fonctions de la forme $x \mapsto ke^{ax}$, soit $x \mapsto ke^{\frac{1}{2}x}$ avec $k \in \mathbb{R}$.
On cherche maintenant une solution particulière constance que l'on note y_p.
Ainsi, y_p est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}, y_p'(x) = 0$.
De plus, y_p est solution de (E) donc pour tout $x \in \mathbb{R}, y_p'(x) = \frac{1}{2}y_p(x) + 4 \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{2}y_p(x) + 4 \Leftrightarrow y_p(x) = -8$.

Ainsi, les solutions de (E) sont les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ke^{\frac{1}{2}x} - 8$ avec $k \in \mathbb{R}$.
Donc, l'affirmation 1 est vraie.

Affirmation 2 :

Il n'y a ni ordre ni répétition.
On choisit d'abord 3 filles parmi les 18 puis 3 garçons parmi les 14.
Ainsi, le nombre de possibilités pour former une telle équipe est $\binom{18}{3} \times \binom{14}{3}$.
$\binom{18}{3} \times \binom{14}{3} = 816 \times 364 = 297024$.
Il y a donc 297 024 possibilités pour former une telle équipe.
Ainsi, l'affirmation 2 est vraie.

Affirmation 3 :

Pour tout $n \in \mathbb{N}, -1 \leq \cos(n) \leq 1$ donc, en ajoutant 2, $1 \leq 2 + \cos(n) \leq 3$.
On applique la fonction inverse qui est décroissante sur $]0\ ;\ +\infty[$.
Il vient : pour tout $n \in \mathbb{N}, 1 \geq \frac{1}{2+\cos(n)} \geq \frac{1}{3}$.
On multiplie par $n \geq 0$. Pour tout $n \in \mathbb{N}, n \geq \frac{n}{2+\cos(n)} \geq \frac{n}{3}$. Donc, pour tout $n \in \mathbb{N}, v_n \geq \frac{n}{3}$
Or, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n}{3} = +\infty$.
Donc, d'après le théorème de comparaison, $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.
Ainsi, l'affirmation 3 est vraie.

Affirmation 4 :

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A\ ;\ z_B - z_A) = (4\ ;\ -2\ ;\ 6)$
$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A\ ;\ y_C - y_A\ ;\ z_C - z_A) = (1\ ;\ 0\ ;\ 1)$.
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 4 \times 1 + (-2) \times 0 + 6 \times 1 = 10$.
D'autre part, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)$.
Ainsi, $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB \times AC}$.
Or, $AB = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 6^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$ et $AC = \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.
Donc, $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{10}{2\sqrt{14} \times \sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{28}} = \frac{5}{2\sqrt{7}}$.
Donc, $\widehat{BAC} = \arccos\left(\frac{5}{2\sqrt{7}}\right) \approx 19{,}1° \neq 30°$.
Ainsi, l'affirmation 4 est fausse.

Affirmation 5 :

Pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[, h''(x) = x\ln x - 3x = x(\ln x - 3)$.
Pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[, x > 0$ donc h'' est du signe de la fonction $x \mapsto \ln x - 3$ sur $]0\ ;\ +\infty[$.
Pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[, \ln x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \ln x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq e^3$ car la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
Ainsi, la fonction h'' est positive sur $[e^3\ ;\ +\infty[$ donc h est convexe sur $[0\ ;\ +\infty[$. L'affirmation 5 est vraie.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.