Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du baccalauréat Asie

Sujet 2 – 12 juin 2025

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

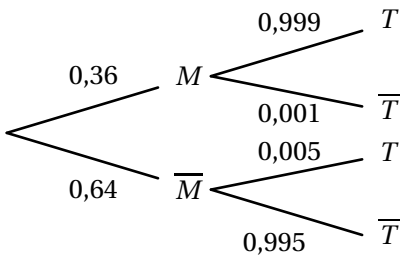
EXERCICE 1 **5 points**

Partie A : Étude d'un exemple

1. D'après l'énoncé : $P_M(T) = 0{,}999$ et $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}005$

2. 270 000 personnes ont été infectées sur 750 000 donc $P(M) = \dfrac{270\,000}{750\,000} = 0{,}36$

3. Voici l'arbre pondéré complété :



4. $P(M \cap T) = P(M) \times P_M(T) = 0{,}36 \times 0{,}999 = 0{,}35964$
donc la probabilité que l'individu soit atteint et que le test soit positif est 0,36 à 10^{-3} près.

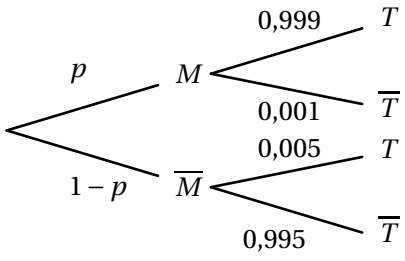
5. M et $\overline{M}$ constituent une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales :
$P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = 0{,}36 \times 0{,}999 + 0{,}64 \times 0{,}005 = 0{,}35964 + 0{,}0032 = 0{,}36284$
donc la probabilité que l'individu ait un test positif est 0,363 à 10^{-3} près.

6. $P_T(M) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0{,}35964}{0{,}36284} \approx 0{,}991$

7. Puisque $P_T(M) \approx 0{,}991 > 0{,}95$, le test est considéré comme fiable.

Partie B : Dépistage sur une population cible

1. Voici l'arbre pondéré complété :



2. M et $\overline{M}$ constituent une partition de l'univers donc d'après la loi des probabilités totales :
$P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = p \times 0{,}999 + (1-p) \times 0{,}005 = 0{,}999p + 0{,}005 - 0{,}005p = 0{,}994p + 0{,}005$

3. $P_T(M) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(T)} = \dfrac{p \times 0{,}999}{0{,}994p + 0{,}005} = \dfrac{999p}{994p + 6}$.

4. Le test est fiable si $P_T(M) > 0{,}95$:
$\dfrac{999p}{994p+5} > 0{,}95 \iff 999p > 0{,}95(994p+5) \iff$
$999p > 944{,}3p + 4{,}75 \iff 54{,}7p > 4{,}75 \iff p > \dfrac{4{,}75}{54{,}7} \approx 0{,}087$ donc, le test est fiable si $p > 0{,}087$ (soit 8,7 %).

Partie C : Étude sur un échantillon

X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}36$.
On cherche le plus petit n tel que $P(X \geqslant 1) > 0{,}99$
$P(X \geqslant 1) > 0{,}99 \iff 1 - P(X = 0) > 0{,}99 \iff -P(X = 0) > -0{,}01 \iff P(X = 0) < 0{,}01$
or $P(X = 0) = (1 - 0{,}36)^n = 0{,}64^n$ donc $P(X \geqslant 1) > 0{,}99 \iff 0{,}64^n < 0{,}01 \iff \ln(0{,}64^n) \leqslant \ln(0{,}01)$ car la fonction ln est croissante sur $]0, +\infty[$
$\iff n\ln(0{,}64) \leqslant \ln(0{,}01) \iff n \geqslant \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}64)}$ car $\ln(0{,}64) < 0$ or $\dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}64)} \approx 10{,}32$,
donc Il faut interroger au moins 11 individus pour que la probabilité qu'au moins l'un d'eux soit atteint dépasse 99 %.

EXERCICE 2 — 5 points

Partie A

1. $u_1 = \dfrac{1}{2}u_0 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 30 + 10 = 15 + 10 = 25$ et $u_2 = \dfrac{1}{2}u_1 + 10 = \dfrac{1}{2} \times 25 + 10 = 12{,}5 + 10 = 22{,}5$.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = u_{n+1} - 20 = \left(\dfrac{1}{2}u_n + 10\right) - 20 = \dfrac{1}{2}u_n - 10 = \dfrac{1}{2}(u_n - 20) = \dfrac{1}{2}v_n$.
La suite (v_n) est donc géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 20 = 30 - 20 = 10$.

3. Pour tout entier n, $v_n = v_0 \times q^n = 10 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

4. Pour tout entier n, $u_n = v_n + 20 = 10 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n + 20 = 20 + 10 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

5. $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$ (q^n , avec $0 < q < 1$) donc par produit $\lim\limits_{n \to +\infty} 10 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$ et donc par somme $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 20$

Partie B

1. $w_1 = \dfrac{1}{2} \times u_0 + \dfrac{1}{2} \times 30 + 7 = \dfrac{1}{2} \times 45 + 15 + 7 = 22{,}5 + 22 = 44{,}5$

2. La fonction Python donnée ne calcule pas correctement w_1 car elle calcule u_1 avant de calculer w_1 il faut modifier l'ordre des opérations :

```
def suite(n):
    U = 30
    W = 45
    for i in range(1, n+1):
        W = W/2 + U/2 + 7
        U = U/2 + 10
    return W
```

3. (a)

Initialisation : Pour $n=0$, $w_0=45$ et $10\times 0\times\left(\frac{1}{2}\right)^0+11\times\left(\frac{1}{2}\right)^0+34=11+34=45$

donc l'égalité est vraie pour $n=0$.

Hérédité : Soit $n\in\mathbb{N}$ tel que $w_n=10n\left(\frac{1}{2}\right)^n+11\left(\frac{1}{2}\right)^n+34$.

Alors $w_{n+1}=\frac{1}{2}w_n+\frac{1}{2}u_n+7=\frac{1}{2}\left[10n\left(\frac{1}{2}\right)^n+11\left(\frac{1}{2}\right)^n+34\right]+\frac{1}{2}\left[20+10\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]+7$

donc $w_{n+1}=10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+17+10+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+7=$

$10(n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+34$

donc l'égalité est vraie au rang $n+1$.

Conclusion : l'égalité est vraie pour $n=0$ et si elle est vraie au rang n, elle l'est aussi au rang $n+1$ donc d'après le principe de récurrence, elle est vraie pour tout entier n.

Pour tout entier naturel n, $w_n=10n\left(\frac{1}{2}\right)^n+11\left(\frac{1}{2}\right)^n+34$. (b) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{10}{n}=0$ et pour tout entier $n\geqslant 4$, $0\leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n\leqslant\frac{10}{n}$ donc d'après le théorème d'encadrement

$\lim\limits_{n\to+\infty}10n\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$

de plus $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ (q^n avec $0<q<1$ donc par produit $\lim\limits_{n\to+\infty}11\times\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$

donc par somme $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n=34$

EXERCICE 3 — 5 points

Affirmation 1 :

D'après la représentation paramétrique donnée le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d) et d'après l'équation cartésienne de P , $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P.

$\vec{n}=6\,\vec{u}$ donc les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires donc (d) est orthogonale à P.

$2x_H+3y_H+6z_H-6=2\times(-6)+3\times 2+6\times 2-6=0$ donc $H\in P$.

H$(-6\,;\,2\,;\,2)\in(d)$ s'il existe $t\in\mathbb{R}$ tel que $\left\{\begin{array}{rcl}-6&=&-8+\frac{1}{3}t\\2&=&-1+\frac{1}{2}t\\-4&=&-4+t\end{array}\right.\iff\left\{\begin{array}{rcl}-18&=&-24+t\\4&=&-2+t\\2&=&-4+t\end{array}\right.$

$\iff\left\{\begin{array}{rcl}6&=&t\\6&=&t\\6&=&t\end{array}\right.$

Conclusion : **l'affirmation 1 est vraie**.

Affirmation 2 :

$\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-9\\2\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{CD}=-9\times(-3)+2\times 2+2\times 0=31$

Or par définition $\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{CD}=\|\overrightarrow{CH}\|\times\|\overrightarrow{CD}\|\times\cos\left(\widehat{DCH}\right)$

On a $\|\overrightarrow{CH}\|=\sqrt{(-9)^2+2^2+2^2}=\sqrt{89}$ et $\|\overrightarrow{CD}\|=\sqrt{(-3)^2+2^2+0^2}=\sqrt{13}$

donc $\cos\left(\widehat{DCH}\right) = \dfrac{\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{CD}}{\|\overrightarrow{CH}\|\times\|\overrightarrow{CD}\|} = \dfrac{31}{\sqrt{89}\times\sqrt{13}}$

donc l'angle $\widehat{DCH}$ mesure $\arccos\left(\dfrac{31}{\sqrt{89}\times\sqrt{13}}\right) \approx 24{,}3°$ donc **l'affirmation 2 est fausse**.

Affirmation 3 : $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P ; $\vec{n'}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P'.

Les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plan P et P' ne sont pas parallèles et sont donc sécants, leur intersection est une droite.

A$(3\,;0\,;0) \in \Delta$ (obtenu avec $t=0$)

$2x_A+3y_A+6z_A-6 = 2\times3+3\times0+6\times0-6 = 0$ donc $A\in P$ et $x_A-2y_A+3z_A-3 = 3-2\times0+3\times0-3 = 0$ donc $A\in P'$

Donc l'intersection des plans P et P' est une droite contenant A. Pour déterminer si cette droite est Δ, soit on prend un autre point, soit on montre qu'un vecteur directeur de Δ est orthogonal à $\vec{n}$ et $\vec{n'}$.

B$(0\,;0\,;1) \in \Delta$ (obtenu avec $t=1$)

$2x_B+3y_B+6z_B-6 = 2\times0+3\times0+6\times1-6 = 0$ donc $B\in P$ et $x_B-2y_B+3z_B-3 = 0-2\times0+3\times1-3 = 0$ donc $B\in P'$ donc **l'affirmation 3 est vraie**.

Affirmation 4 : $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$ donc une représentation paramétrique de la droite (CD) est

représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 3-3s \\ y = 2s \\ z = 0 \end{cases}$, $s\in\mathbb{R}$

pour $s=\dfrac{31}{13}$ on retrouve les coordonnées de J donc $J\in$ (CD).

de plus $\overrightarrow{HJ}\begin{pmatrix}\frac{24}{13}\\ \frac{36}{13}\\ -2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HJ}\cdot\overrightarrow{CD} = \dfrac{24}{13}\times(-3)+\dfrac{36}{13}\times2+(-2)\times0 = 0$

donc les vecteurs $\overrightarrow{HJ}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux donc J est bien le projeté orthogonal de H sur (CD) donc **l'affirmation 4 est vraie**.

EXERCICE 4 — 5 points

Partie A

1. Par lecture graphique : La température initiale est $f(0) = 40$ et on observe que la température redescend à cette valeur pour $t \approx 3{,}8$ minutes.
2. $f(t) = (at+b)e^{-0{,}5t}$ donc $f(0) = (a\times0+b)\times e^0 = b$ or $f(0) = 40$ donc $b = 40$.
3. f est dérivable sur $[0\,;10]$ comme produit de fonctions dérivables.
   $f = uv$ avec $u(t) = at+b$ et $v(t) = e^{-0{,}5t}$ donc $f' = u'v+v'u$ avec $u'(t) = a$ et $v'(t) = -0{,}5e^{-0{,}5t}$
   donc pour tout $t\in[0\,;10]$, $f'(t) = ae^{-0{,}5t}+(at+40)\times\left(-0{,}5e^{-0{,}5t}\right) = (-0{,}5at+a-20)\,e^{-0{,}5t}$
   donc pour tout $t\in[0\,;10]$, $f'(t)+0{,}5f(t) = (-0{,}5at+a-20)\,e^{-0{,}5t}+0{,}5(at+40)e^{-0{,}5t} = ae^{-0{,}5t}$
   f est solution de l'équation différentielle (E) donc $ae^{-0{,}5t} = 60e^{-0{,}5t} \Rightarrow a = 60$.

Partie B

1. Pour tout $t\in[0\,;10]$, $f'(t) = (-0{,}5at+a-20)\,e^{-0{,}5t}$ avec $a=60$ on obtient $f'(t) = (40-30t)e^{-0{,}5t}$

2. **a.** Pour tout $t \in [0;10]$, $e^{-0,5t} > 0$ donc $f'(t)$ a le même signe que $40-30t$.

$40-30t \geqslant 0 \iff -30t \geqslant -40 \iff t \leqslant \dfrac{4}{3}$ On en déduit le tableau de signes de $f'(t)$ et le tableau de variations de f sur $[0;10]$

y	0		$\frac{4}{3}$		10
Signes de $f'(t)$		+	0	−	
Variations de f	40	↗	$120e^{-\frac{2}{3}}$	↘	$640e^{-5}$

$f\left(\dfrac{4}{3}\right) = \left(60 \times \dfrac{4}{3} + 40\right) e^{-0,5\times\frac{4}{3}} = 120e^{-\frac{2}{3}} \approx 61,6$; $f(0) = 40$ et $f(10) = 640e^{-5} \approx 4,31$

b. Sur $\left]0; \dfrac{4}{3}\right]$, $f(f) > 40$ donc l'équation $f(t) = 40$ n'a pas de solution.

$\left[\dfrac{4}{3}; 10\right]$: d'après les valeurs approchées calculées dans la question précédentes, $f(\frac{4}{3}) > 40$ et $f(10) < 40$ donc $40 \in \left[\dfrac{4}{3}; 10\right]$

de plus f est continue (car dérivable) et strictement décroissante donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(t) = 40$ admet une unique solution α dans $\left[\dfrac{4}{3}; 10\right]$

donc l'équation $f(t) = 40$ admet une unique solution α strictement positive sur $[0;10]$ '

c. À l'aide de la calculatrice on trouve $\alpha \approx 3,8$

Interprétation : La température revient à sa valeur initiale de 40°C après environ 3,8 minutes.

3. **a.** $\displaystyle\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\mathrm{d}t$.

On pose $u(t) = 60t+40$ et $v'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t}$ alors $u'(t) = 60$ et $v(t) = -2\mathrm{e}^{-0,5t}$.

les fonctions u et v sont dérivables et leurs fonctions dérivées sont continues donc d'après la formules d'intégration par parties :

$\displaystyle\int_0^4 (60t+40)\mathrm{e}^{-0,5t}\mathrm{d}t = \left[(60t+40)(-2\mathrm{e}^{-0,5t})\right]_0^4 - \int_0^4 -2\times 60\mathrm{e}^{-0,5t}\mathrm{d}t =$

$\left[(-120t-80)\mathrm{e}^{-0,5t}\right]_0^4 + 120\int_0^4 \mathrm{e}^{-0,5t}\mathrm{d}t = -560\mathrm{e}^{-2} + 80 + 120\left[-2\mathrm{e}^{-0,5t}\right]_0^4 =$

$-560\mathrm{e}^{-2} + 80 + 120(-2\mathrm{e}^{-2}+2) = -560e^{-2} + 80 - 240\mathrm{e}^{-2} + 240 = 320 - 800\mathrm{e}^{-2} =$

$320 - \dfrac{800}{\mathrm{e}^2}$

b. La température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes est :

$\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{1}{4}\left(320 - \dfrac{800}{\mathrm{e}^2}\right) = 80 - \dfrac{200}{\mathrm{e}^2} \approx 52,9$

Donc la température moyenne est environ 53°C sur les 4 premières minutes.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.