Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

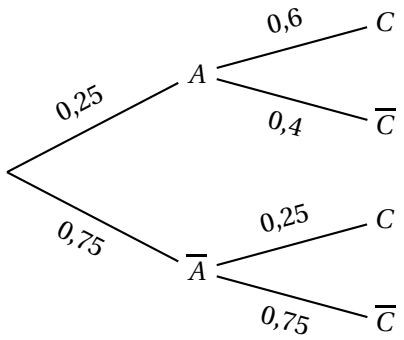
Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du baccalauréat spécialité Nouvelle Calédonie Jour 1

20 novembre 2025

Exercice 1 **5 points**

1. On complète l'arbre représentant la situation.



2. L'évènement « Le joueur obtient une boule avec la lettre A et un billet de 50 euros » est $\{A \cap C\}$.

$$P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0{,}25 \times 0{,}6 = \boxed{0{,}15}$$

3. Les évènements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers, donc, d'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap C) + P\left(\overline{A} \cap C\right) = P(A) \times P_A(C) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(C) \\ &= 0{,}15 + 0{,}75 \times 0{,}25 = 0{,}15 + 0{,}187\,5 \\ &= \boxed{0{,}337\,5} \end{aligned}$$

4. On doit calculer la probabilité $P_{\overline{C}}\left(\overline{A}\right)$:

$$P_{\overline{C}}\left(\overline{A}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{C}\right)}{P\left(\overline{C}\right)} = \frac{P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}\left(\overline{C}\right)}{1 - P(C)} = \frac{0{,}75 \times 0{,}75}{1 - 0{,}337\,5} = \frac{0{,}562\,5}{0{,}662\,5} = \frac{45}{53} \approx 0{,}85.$$

La probabilité que le joueur ait pris une boule avec la lettre B sachant qu'il a obtenu un billet de 10 euros est environ 85 %. L'affirmation est donc vraie.

5. La loi de probabilité de X_1 est donnée par le tableau suivant :

k_i	10	50
$P(X_1 = k_i)$	0,662 5	0,337 5

L'espérance de X_1 est donc :

$$E(X_1) = 10 \times 0{,}662\,5 + 50 \times 0{,}337\,5 = 6{,}625 + 16{,}875 = \boxed{23{,}5}.$$

La variance de X_1 est donc :

$$\begin{aligned} V(X_1) &= E\left(X_1^2\right) - [E(X_1)]^2 = (100 \times 0{,}662\,5 + 2\,500 \times 0{,}337\,5) - 23{,}5^2 \\ &= 66{,}25 + 843{,}75 - 552{,}25 = \boxed{357{,}75}. \end{aligned}$$

6. **a.** On sait que l'espérance d'une somme de variables aléatoires est égale à la somme des espérances ; or X_1 et X_2 suivent la même loi, donc :

$$E(Y) = 2 \times E(X_1) = 2 \times 23{,}5 = \boxed{47}.$$

b. Puisque la boule et le billet ont été remis, les deux tirages sont indépendants, donc les variables aléatoires X_1 et X_2 sont indépendantes. Or on sait que la variance de la somme de deux variables aléatoires indépendantes est égale à la somme de leurs variances (propriété de l'additivité). On a donc :

$$\boxed{V(Y) = V(X_1) + V(X_2)} \text{ et donc } \boxed{V(Y) = 2 \times 357{,}75 = 715{,}5}$$

7. Le joueur joue de même une troisième, une quatrième,..., une centième partie.
On définit donc de la même façon les variables aléatoires X_3, X_4,..., X_{100}.
On note Z la variable aléatoire définie par $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_{100}$.
Pour les mêmes raisons que dans la question précédente, on a :

- $E(Z) = E\left(\sum_{k=1}^{100} X_k\right) = \sum_{k=1}^{100} (E(X_k)) = 100 \times 23{,}5 = 2\,350$
- $V(Z) = V\left(\sum_{k=1}^{100} X_k\right) = \sum_{k=1}^{100} (V(X_k)) = 100 \times 357{,}75 = 35\,775$

Pour tout réel t strictement positif, on a : $P\left(\left|Z - E(Z)\right| \geqslant t\right) \leqslant \dfrac{V(Z)}{t^2}$.
C'est l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
On en déduit que : $P\left(\left|Z - E(Z)\right| < t\right) \geqslant 1 - \dfrac{V(Z)}{t^2}$. Donc : $P\left(\left|Z - 2\,350\right| < t\right) \geqslant 1 - \dfrac{35\,775}{t^2}$
$\left|Z - 2\,350\right| < t \iff 2\,350 - t < Z < 2\,350 + t$
Or on cherche $P\left(Z \in \left]1\,950\,;\,2\,750\right[\right)$ donc on prendra $t = 400$.
On aura donc : $P\left(Z \in \left]1\,950\,;\,2\,750\right[\right) \geqslant 1 - \dfrac{35\,775}{400^2}$.
$1 - \dfrac{35\,775}{400^2} \approx 0{,}776 \geqslant 0{,}75$. Donc la probabilité que Z appartienne à l'intervalle $]1\,950\,;\,2\,750[$ est supérieure ou égale à 0,75.

Exercice 2 **4 points**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points :

$$A(4\,;\,-4\,;\,4), \quad B(5\,;\,-3\,;\,2), \quad C(6\,;\,-2;\,;\,3), \quad D(5;\,1;\,1)$$

1. On a : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5-1 \\ -3-(-4) \\ 2-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 5-6 \\ -3-(-2) \\ 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Donc : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 1 \times (-1) + 1 \times (-1) - 2 \times (-1) = -1 - 1 + 2 = 0$.

Puisque leur produit scalaire est nul, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont orthogonaux, donc le triangle ABC est rectangle en B.

2. D'après la question précédente, les points A, B et C étant non alignés, ils définissent bien un plan. Leurs coordonnées vérifient donc toute équation cartésienne du plan ainsi défini.

Or on a : $4-(-4)-8 = 4+4-8 = 0$, donc les coordonnées de A vérifient l'équation $x-y-8=0$.

De même $5-(-3)-8 = 5+3-8 = 0$ et $6-(-2)-8 = 6+2-8 = 0$, donc les coordonnées de B et C vérifient également l'équation $x-y-8=0$.

Donc $x-y-8=0$ est bien une équation cartésienne du plan (ABC).

3. **a.** On sait que si $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à un plan, alors ce plan a une équation cartésienne de la forme $ax+by+cz+d=0$. Or on a vu à la question précédente que $x-y-8=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC), donc $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

Puisque d est orthogonale au plan (ABC), le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d. De plus, la droite d passe par le point D(5 ; 1 ; 1).
Donc une représentation paramétrique de d est :

$$\boxed{\begin{cases} x &= 5+t \\ y &= 1-t \qquad t\in\mathbb{R}. \\ z &= 1 \end{cases}}$$

b. Puisque la droite d est orthogonale au plan (ABC) et passe par D, le projeté orthogonal H de D sur (ABC) est le point d'intersection de la droite D et du plan (ABC). Les coordonnées $(x\,;\,y\,;\,z)$ du point H vérifient donc à la fois la représentation paramétrique de d et l'équation cartésienne de (ABC). Elles sont donc solution du système :

$$\begin{cases} x &= 5+t \\ y &= 1-t \\ z &= 1 \\ x-y-8 &= 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow 5+t-(1-t)-8=0 \iff 2t-4=0 \iff 2t=4 \iff t=2$$

$$\begin{cases} x &= 5+2=7 \\ y &= 1-2=-1 \\ z &= 1 \end{cases}$$

Les coordonnées du projeté orthogonal H de D sur (ABC) sont donc :

$$\boxed{\text{H}(7\,;\,-1\,;\,1)}$$

c. $\text{DH}=\sqrt{(7-5)^2+(-1-1)^2+(1-1)^2}=\sqrt{2^2+(-2)^2+0^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=\boxed{2\sqrt{2}}$

4. **a.** La pyramide ABCD admet pour base le triangle ABC et pour hauteur le segment [DH].
On a donc $V=\dfrac{1}{3}\times\text{aire(ABC)}\times\text{DH}$.
Puisque ABC est rectangle en B, on a :

$$\begin{aligned}\text{aire(ABC)} &= \frac{\text{AB}\times\text{CB}}{2}=\frac{\|\overrightarrow{\text{AB}}\|\times\|\overrightarrow{\text{CB}}\|}{2} \\ &= \frac{\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}\times\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{1+1+4}\times\sqrt{1+1+1}}{2}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{18}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

On a donc :

$$V = \frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}\sqrt{2}}{\cancel{2}} \times \cancel{2}\sqrt{2} = \boxed{2}$$

Le volume de la pyramide ABCD est 2.

b. La distance du point A au plan (BCD) est la longueur de la hauteur issue de A de la pyramide ABCD. Soit x cette distance. On a alors $V = \frac{1}{3} \times$ aire (BCD) $\times x$. Donc :

$$\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{42}}{2} \times x = 2 \iff x\sqrt{42} = 2 \times 3 \times 2 \iff x = \frac{12}{\sqrt{42}} = \frac{2 \times 6}{\sqrt{6} \times \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \boxed{\frac{2\sqrt{42}}{7}}$$

La distance du point A au plan (BCD) est $\frac{2\sqrt{42}}{7}$.

Exercice 3 **6 points**

On considère n un entier naturel non nul.
On considère la fonction f_n définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par : $f_n(x) = x^n\,\mathrm{e}^{1-x}$.

Partie A

1. $f_1(x) = x\,\mathrm{e}^{1-x}$ donc $f_1'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{1-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{1-x}\right) = \boxed{(1-x)\,\mathrm{e}^{1-x}}$
On sait que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $\mathrm{e}^{1-x} > 0$, donc $f_1'(x)$ est du signe de $1-x$. Or, $1-x \geqslant 0 \iff x \leqslant 1$. Donc, pour tout $x \in [0\,;\,1[$, $f_1'(x)$ est strictement positif.

2.

x	0		1
Signe de $f_1(x)$	+		
Variations de f_1	0	↗	1

$f_1(0) = 0 \times \mathrm{e}^{1-0} = 0$

$f_1(1) = 1 \times \mathrm{e}^{1-1} = \mathrm{e}^0 = 1$

3. La fonction f_1 est continue (puisque dérivable) et strictement croissante sur $[0\,;\,1]$, avec $f_1(0) = 0 < 0{,}1$ et $f_1(1) = 1 > 0{,}1$, donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f_1(x) = 0{,}1$ admet une solution unique dans $[0\,;\,1]$.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par

$$u_n = \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{c'est-à-dire} \quad u_n = \int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x.$$

On admet que $u_1 = \mathrm{e} - 2$.

1. **a.** Pour $x \in [0\,;\,1]$, on a : $0 \leqslant x \leqslant 1$.
$x \geqslant 0$ donc $x^n \geqslant 0$; on multiplie l'inégalité précédente par x^n :
$0 \times x^n \leqslant x \times x^n \leqslant 1 \times x^n \iff 0 \leqslant x^{n+1} \leqslant x^n$
On a donc démontré que pour tout entier naturel n, on a :

$$\boxed{0 \leqslant x^{n+1} \leqslant x^n}$$

b. On sait que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{1-x} > 0$, donc, d'après la question précédente :

$$0 \leqslant x^{n+1} \leqslant x^n \iff 0 \leqslant x^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-x} \leqslant x^n\,\mathrm{e}^{1-x}.$$

Donc, d'après la positivité de l'intégration :

$$0 \leqslant x^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-x} \leqslant x^n\,\mathrm{e}^{1-x} \implies 0 \leqslant \int_0^1 x^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x \leqslant \int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x \iff \boxed{0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n}$$

c. D'après la question précédente, puisque $u_{n+1} \leqslant u_n$ la suite (u_n) est décroissante.
De plus, puisque $0 \leqslant u_n$, elle est minorée par 0.
Donc, d'après le théorème de convergence monotone, la suite (u_n) est convergente vers une limite positive ou nulle.

2. **a.** On sait que pour u et v dérivables on a : $\displaystyle\int_a^b u'(x)\,v(x)\,\mathrm{d}x = [u(x)\,v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)\,v'(x)\,\mathrm{d}x$.
Posons $u'(x) = \mathrm{e}^{1-x}$ et $v(x) = x^{n+1}$. Alors $u(x) = -\mathrm{e}^{1-x}$ et $v'(x) = (n+1)x^n$.
On a donc :

$$\begin{aligned}
\int_0^1 x^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x &= \left[-x^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-x}\right]_0^1 - \int_0^1 (n+1)x^n\left(-\mathrm{e}^{1-x}\right)\mathrm{d}x \\
&= -1^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-1} - \left(-0^{n+1}\,\mathrm{e}^{1-0}\right) - (n+1)\int_0^1 -x^n\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x \\
&= -1 + (n+1)\int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x
\end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{u_{n+1} = (n+1)u_n - 1}.$$

b. On complète le script Python en bleu ci-dessus pour que la fonction `suite()` renvoie la valeur de $\displaystyle\int_0^1 x^8\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x$.

```
from math import exp

def  suite() :
     u = exp(1)-2
     for n in range (1,8):
         u = (n+1) * u - 1
     return u
```

3. **a.** On se place dans l'intervalle d'intégration : soit $x \in [0\,;\,1]$, donc

$$\begin{aligned}
0 \leqslant x \leqslant 1 &\implies 1 - x \leqslant 1 \implies \mathrm{e}^{1-x} \leqslant \mathrm{e} \quad \text{(croissance de la fonction exponentielle)} \\
&\implies x^n\,\mathrm{e}^{1-x} \leqslant x^n \times \mathrm{e} \quad (x^n \geqslant 0) \\
&\implies \int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x \leqslant \int_0^1 x^n \times \mathrm{e}\,\mathrm{d}x \quad \text{(craoissance de l'intégration)} \\
&\implies \int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x \leqslant \mathrm{e}\int_0^1 x^n\,\mathrm{d}x \implies u_n \leqslant \mathrm{e}\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 \\
&\implies u_n \leqslant \frac{\mathrm{e}}{n+1}
\end{aligned}$$

b. On sait que pour tout n, on a : $0 \leqslant u_n$; donc $0 \leqslant u_n \leqslant \dfrac{\mathrm{e}}{n+1}$.

Or $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}}{n+1} = 0$, donc d'après le théorème des gendarmes, on peut dire que

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} u_n = 0}$$

Exercice 4 **4 points**

1. Puisque $x > 0$, on peut écrire $f(x) = x^2\left(\dfrac{\ln(x)}{x^2} - 1\right)$.

On sait (croissances comparées) que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln(x)}{x^2} = 0$, donc que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln(x)}{x^2} - 1 = -1$.

Comme $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$, on obtient finalement par produit de limites

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2\left(\dfrac{\ln(x)}{x^2} - 1\right) = -\infty$.

L'affirmation 1 est vraie.

2. $f(x) = 2\cos(x) - \sin(x)$, donc : $f'(x) = -2\sin(x) - \cos(x)$. Donc :

$$\begin{aligned} -2f'(x) + 3f(x) &= -2(-2\sin(x) - \cos(x)) + 3(2\cos(x) - \sin(x)) \\ &= 4\sin(x) + 2\cos(x) + 6\cos(x) - 3\sin(x) \\ &= \sin(x) + 8\cos(x) \end{aligned}$$

Donc la fonction f est solution de l'équation différentielle $-2y' + 3y = \sin(x) + 8\cos(x)$.

L'affirmation 2 est vraie.

3. On a $u_0 = 25$ et donc $u_1 = \ln(3\times 25 + 1) + 8 \approx 12{,}3 < 25$.

On peut donc supposer que la suite est décroissante ce que l'on démontre par récurrence : soit (P_n) : $u_{n+1} < u_n$

Initialisation : on a vu que $u_1 < u_0$ donc P_0 est vraie.

Hérédité : soit $n \in \mathbb{N}$ et supposons que $u_{n+1} < u_n$: on a succésivement :

$$\begin{aligned} u_{n+1} < u_n &\iff 3u_{n+1} < 3u_n \\ &\iff 3u_{n+1} + 1 < 3u_n + 1 \\ &\iff \ln(3u_{n+1} + 1) < \ln(3u_n + 1) \text{ par croissance de la fonction ln} \\ &\iff \ln(3u_{n+1} + 1) + 8 < \ln(3u_n + 1) + 8 \\ &\iff u_{n+2} < u_{n+1} \end{aligned}$$

La relation est vraie au rang $n+1$.

Conclusion : La relation est vraie au rang 0 et si elle est vraie au rang $n \in \mathbb{N}$, elle l'est aussi au rang $n+1$: d'après le principe de récurrence quel que soit $n \in \mathbb{N}$,

$u_{n+1} < u_n$: ceci montre que la suite (u_n) est décroissante.

L'affirmation 3 est vraie.

4. Une application affine est de la forme $h(x) = ax + b$, avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$.

Donc $k(x) = x^4 + x^2 + ax + b$; k est une fonction polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle on a successivement :

$k'(x) = 4x^3 + 2x + a$, puis

$k''(x) = 12x^2 + 2$, comme un carré est supérieur ou égal à zéro, il en résulte que $k''(x) \geqslant 2 > 0$.

Sur $\mathbb{R}$, la dérivée seconde est supérieure à zéro : la fonction k est convexe sur $\mathbb{R}$.

L'affirmation 4 est vraie.

5. Avec 5 lettres différentes le nombre d'anagrammes est égal à $5! = 120$.
Comme EULER possède deux lettres identiques le nombre d'anagrammes est égal à $\dfrac{5!}{2!} = \dfrac{120}{2} = 60$.

L'affirmation 5 est fausse.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.