Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

# Baccalauréat Polynésie 17 juin 2025

## Sujet 1

## ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

**Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée**

### Exercice 1 — 5 points

Une équipe américaine a cartographié pour la première fois les allergies alimentaires chez l'enfant aux États-Unis en 2020. L'étude, publiée dans la revue *Clinical Pediatries*, révèle une différence nette entre les zones rurales et les zones urbaines.

On sait qu'en 2020, 17 % de la population des États-Unis habite en zone rurale et 83 % en zone urbaine.

L'étude menée montre que parmi les enfants des États-Unis vivant en zone rurale, il y en a 6,2 % qui sont atteints d'allergie alimentaire.
L'étude révèle aussi que 9 % des enfants des États-Unis sont atteints d'allergie alimentaire.

Pour un évènement $E$ quelconque, on note $P(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ son évènement contraire.
**Sauf mention contraire, les probabilités seront données sous forme exacte.**

#### Partie A

On interroge au hasard un enfant dans la population des États-Unis et on note :

- $R$ L'évènement : « l'enfant interrogé habite en zone rurale » ;
- $A$ L'évènement : « l'enfant interrogé est atteint d'allergie alimentaire ».

**1.** Traduire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilité. Cet arbre pourra être complété par la suite.

**2.** **a.** Calculer la probabilité que l'enfant interrogé habite en zone rurale et soit atteint d'allergie alimentaire,

**b.** En déduire la probabilité que l'enfant interrogé habite en zone urbaine et soit atteint d'allergie alimentaire.

**c.** L'enfant interrogé habite en zone urbaine. Quelle est la probabilité qu'il soit atteint d'allergie alimentaire ? Arrondir le résultat à $10^{-4}$.

#### Partie B

On réalise une étude en interrogeant au hasard 100 enfants des États-Unis.
On admet que ce choix se ramène à des tirages successifs indépendants avec remise.
On note $X$ la variable aléatoire donnant le nombre d'enfants atteints d'allergie alimentaire dans l'échantillon considéré.

**1.** Justifier que la variable aléatoire $X$ suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

**2.** Quelle est la probabilité qu'au moins 10 enfants parmi les 100 interrogés soient atteints d'allergie alimentaire ? Arrondir le résultat à $10^{-4}$.

**Partie C**

On s'intéresse à un échantillon de 20 enfants atteints d'allergie alimentaire choisis au hasard.

L'âge d'apparition des premiers symptômes allergiques de ces 20 enfants est modélisé par les variables aléatoires $A_1$, $A_2$, …, , $A_{20}$. On admet que ces variables aléatoires sont indépendantes et suivent la même loi d'espérance 4 et de variance 2,25.
On considère la variable aléatoire :

$$M_{20} = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_{20}}{20}.$$

**1.** Que représente la variable aléatoire $M_{20}$ dans le contexte de l'exercice ?

**2.** Déterminer l'espérance et la variance de $M_{20}$.

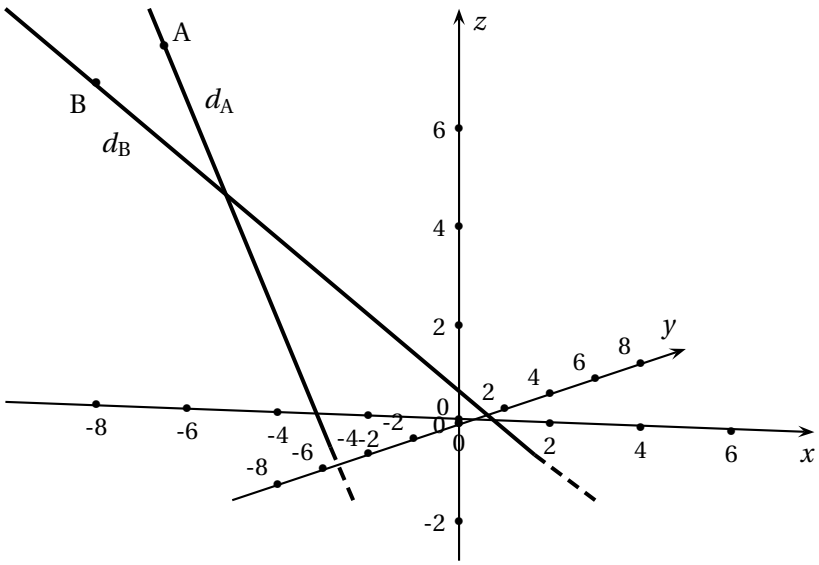
**3.** Justifier, à l'aide de l'inégalité de concentration, que

$$P(2 < M_{20} < 6) > 0,97.$$

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

## Exercice 2 — 5 points

Deux avions sont en approche d'un aéroport.
On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(O\,;\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath}\,,\ \vec{k}\right)$ dont l'origine O est le pied de la tour de contrôle, et le sol est le plan $P_0$ d'équation $z = 0$.
L'unité des axes correspond à 1 km.
On modélise les avions par des points.




L'avion Alpha transmet à la tour sa position en A$(-7\ ;\ 1\ ;\ 7)$ et sa trajectoire est dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}$.
L'avion Bêta transmet une trajectoire définie par la droite $d_B$ passant par le point B dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x &= -11+5t \\ y &= -5+\ t \\ z &= 11-4t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ décrit } \mathbb{R}$$

**1.** S'il ne dévie pas de sa trajectoire, déterminer les coordonnées du point S en lequel l'avion Bêta touchera le sol.

**2.** **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite $d_A$ caractérisant la trajectoire de l'avion Alpha.

**b.** Les deux avions peuvent-ils entrer en collision ?

**3.** **a.** Démontrer que l'avion Alpha passe par la position E$(-3\ ;\ -1\ ;\ 1)$.

**b.** Justifier qu'une équation cartésienne du plan $P_E$ passant par E et perpendiculaire à la droite $d_A$ est :

$$2x-y-3z+8=0.$$

**c.** Vérifier que le point F$(-1\ ;\ -3\ ;\ 3)$ est le point d'intersection du plan $P_E$ et de la droite $d_B$.

**d.** Calculer la valeur exacte de la distance EF, puis vérifier que cela correspond à une distance de 3 464 m, à 1 m près.

**4.** La réglementation aérienne stipule que deux avions en approche doivent être à tout instant à au moins 3 milles nautiques l'un de l'autre (1 mille nautique vaut 1 852 m).

Si les avions Alpha et Bêta sont respectivement en E et F au même instant, leur distance de sécurité est-elle respectée ?

## Exercice 3 — 5 points

On munit le plan d'un repère orthonormé.
Pour tout entier naturel $n$, on considère la fonction $f_n$ définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f_0(x)=\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et, pour } n\geqslant 1,\ f_n(x)=x^n\mathrm{e}^{-x}.$$

Pour tout entier naturel $n$, on note $\mathscr{C}_n$ la courbe représentative de la fonction $f_n$.

*Les parties* A *et* B *sont indépendantes.*

### Partie A : Étude des fonctions $f_n$ pour $n\geqslant 1$

On considère un entier naturel $n\geqslant 1$.

**1.** **a.** On admet que la fonction $f_n$ est dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$.
Montrer que pour tout $x\geqslant 0$,

$$f_n'(x)=(n-x)x^{n-1}\mathrm{e}^{-x}.$$

**b.** Justifier tous les éléments du tableau ci-dessous :

| $x$ | $0$ | | $n$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_n'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f_n$ | $0$ | ↗ | $\left(\frac{n}{\mathrm{e}}\right)^n$ | ↘ | $0$ |

**2.** Justifier par le calcul que le point $\mathrm{A}\left(1\ ;\ \mathrm{e}^{-1}\right)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_n$.

## Partie B : Étude des intégrales $\displaystyle\int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x$ pour $n \geqslant 0$

Dans cette partie, on étudie les fonctions $f_n$ sur [0;1] et on considère la suite $(I_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par :

$$I_n = \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 x^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x.$$

**1.** Sur le graphique en ANNEXE, on a représenté les courbes $\mathscr{C}_0, \mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_{10}$ et $\mathscr{C}_{100}$.

**a.** Donner une interprétation graphique de $I_n$.

**b.** Par lecture de ce graphique, quelle conjecture peut-on émettre sur la limite de la suite $(I_n)$ ?

**2.** Calculer $I_0$.

**3.** **a.** Soit $n$ un entier naturel.
Démontrer que pour tout $x \in [0\ ;\ 1]$,

$$0 \leqslant x^{n+1} \leqslant x^n.$$

**b.** En déduire que pour tout entier naturel $n$, on a :

$$0 \leqslant I_{n+1} \leqslant I_n.$$

**4.** Démontrer que la suite $(I_n)$ est convergente, vers une limite positive ou nulle que l'on notera $\ell$.

**5.** En utilisant une intégration par parties, démontrer que pour tout entier naturel $n$ on a :

$$I_{n+1} = (n+1)I_n - \frac{1}{\mathrm{e}}.$$

**6.** **a.** Démontrer que si $\ell > 0$, l'égalité de la question 5 conduit à une contradiction.

**b.** Démontrer que $\ell = 0$. On pourra utiliser la question 6. a.

On donne ci-dessous le script de la fonction `mystere`, écrite en langage Python.
On a importé la constante e.

```
def mystere(n):
  I = 1 - 1/e
  L = [I]
  for i in range(n):
      I = (i + 1)*I - 1/e
      L.append(I)
 return L
```

**7.** Que renvoie `mystere(100)` dans le contexte de l'exercice ?

## Exercice 4 — 5 points

*Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.*
*Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.*
*Dans cet exercice, les questions sont indépendantes les unes des autres.*

**1.** On considère l'équation différentielle :

$$(E) \quad y' = \frac{1}{2}y + 4.$$

**Affirmation 1 :** Les solutions de $(E)$ sont les fonctions $f$ définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = ke^{\frac{1}{2}x} - 8, \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}.$$

**2.** Dans une classe de terminale, il y a 18 filles et 14 garçons.
On constitue une équipe de volley-ball en choisissant au hasard 3 filles et 3 garçons.

**Affirmation 2 :** Il y a 297 024 possibilités pour former une telle équipe.

**3.** Soit $(v_n)$ la suite définie pour tout entier naturel $n$ par :

$$v_n = \frac{n}{2 + \cos(n)}.$$

**Affirmation 3 :** La suite $(v_n)$ diverge vers $+\infty$.

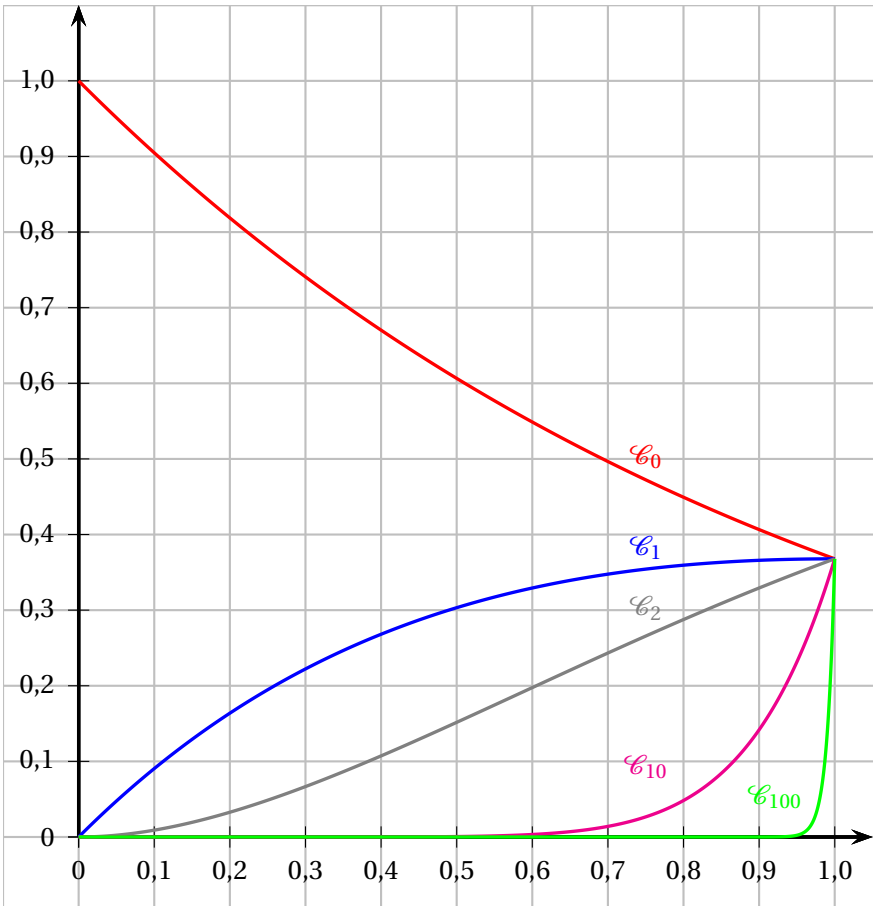
**4.** Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points A(1 ; 1 ; 2), B(5 ; −1 ; 8) et C(2 ; 1 ; 3).
**Affirmation 4 :** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$ et une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ est 30°.

**5.** On considère une fonction $h$ définie sur $]0\,;\,+\infty]$ dont la dérivée seconde est définie sur $]0\,;\,+\infty]$ par :

$$h''(x) = x\ln x - 3x.$$

**Affirmation 5 :** La fonction $h$ est convexe sur $\left[e^3\,;\,+\infty\right[$.

**ANNEXE : exercice 3**



Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.