Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques
Amérique du Sud – Jour 2

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

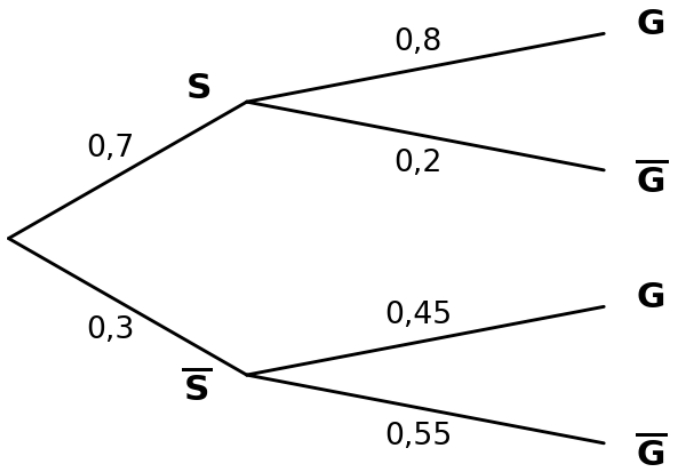
Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (6 points)

Partie A

1. $\overline{S}$ est l'événement : « Abel échoue à son premier service ».

Arbre pondéré :



2. On calcule :

$$P(S \cap G) = P(S) \times P(G \mid S) = 0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56$$

3. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(G) = P(S \cap G) + P(\overline{S} \cap G)$$

$$P(\overline{S} \cap G) = P(\overline{S}) \times P(G \mid \overline{S}) = 0{,}3 \times 0{,}45 = 0{,}135$$

Donc $P(G) = 0{,}56 + 0{,}135 = 0{,}695$

4. On cherche $P(S \mid G)$:

$$P(S \mid G) = \frac{P(S \cap G)}{P(G)} = \frac{0{,}56}{0{,}695} \approx 0{,}806$$

5. Si S et G étaient indépendants, on aurait $P(S \cap G) = P(S)P(G)$.

Or $P(S)P(G) = 0{,}7 \times 0{,}695 = 0{,}4865 \neq 0{,}56$

Donc S et G ne sont pas indépendants.

Partie B

1. a. Chaque balle a une probabilité $p = 0{,}85$ d'être conforme, et les 20 tests sont assimilés à des tirages avec remise (donc indépendants et de même probabilité).

Ainsi X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(20; 0{,}85)$.

1. b. On utilise la calculatrice :

$$P(X \leq 18) \approx 0{,}824$$

1. c. « Au moins deux balles ne sont pas conformes » signifie : il y a au plus 18 balles conformes. C'est l'évènement $\{X \leq 18\}$.

Donc la probabilité vaut $P(X \leq 18) \approx 0{,}824$.

1. d. Pour une loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$, on a : $E(X) = np$

Donc : $E(X) = 20 \times 0{,}85 = 17$

2. a. On a :

$$M_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Avec $E(X_i) = 0{,}85$

Et $\mathrm{Var}(X_i) = 0{,}85 \times 0{,}15 = 0{,}1275$

Donc, d'après la linéarité de l'espérance :

$$E(M_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E\,(X_i) = 0{,}85$$

Et en utilisant l'additivité de la variance :

$$\mathrm{Var}(M_n) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Var}\,(X_i) = \frac{n \times 0{,}1275}{n^2} = \frac{0{,}1275}{n}$$

2. b. Rappelons l'inégalité de Bienaymé–Tchebychev.

Pour toute variable Y et tout $a > 0$, on a :

$$P(|Y - E(Y)| \geq a) \leq \frac{\mathrm{Var}(Y)}{a^2}$$

On applique à $Y = M_n$ et $a = 0{,}10$:

$$\{0{,}75 < M_n < 0{,}95\} = \{|M_n - 0{,}85| < 0{,}10\}$$

Donc :

$$P(0{,}75 < M_n < 0{,}95) = 1 - P(|M_n - 0{,}85| \geq 0{,}10) \geq 1 - \frac{\text{Var}(M_n)}{0{,}10^2}$$

Donc :

$$P(0{,}75 < M_n < 0{,}95) \geq 1 - \frac{0{,}1275/n}{0{,}01}$$

$$\Leftrightarrow P(0{,}75 < M_n < 0{,}95) \geq 1 - \frac{12{,}75}{n}$$

2. c. On veut $P(0{,}75 < M_n < 0{,}95) > 0{,}9$

Il suffit que :

$$1 - \frac{12{,}75}{n} > 0{,}9$$

$$\Leftrightarrow \frac{12{,}75}{n} < 0{,}1$$

$$\Leftrightarrow n > 127{,}5$$

Un choix possible est $n = 128$.

EXERCICE 2 (4 points)

1. <u>Réponse c.</u>

On lit sur les représentations paramétriques des vecteurs directeurs.

$$\vec{u}_1 = (-3,\ 2,\ 1) \qquad \vec{u}_2 = (1,\ 2,\ 1)$$

Ils ne sont pas colinéaires, donc les droites ne sont pas parallèles.

Produit scalaire :

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -3 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 2$$

Ce produit scalaire n'est pas nul, donc elles ne sont pas orthogonales.

On cherche alors une éventuelle intersection en résolvant, avec t et s :

$$\begin{cases} 1-3t=-4+s \\ 4+2t=2+2s \\ t=-1+s \end{cases}$$

De $t=-1+s$, on tire $s=t+1$. En remplaçant dans $1-3t=-4+s$, on obtient :

$$1-3t=-4+(t+1)=-3+t$$

D'où $4t=4$, donc $t=1$ puis $s=2$.

La deuxième équation est bien vérifiée, donc les droites sont sécantes. Réponse c.

2. <u>Réponse b.</u>

Un vecteur directeur de la droite d est :

$$\vec{u}=(1,-1,2)$$

Le plan P a pour équation $4x+2y-z+3=0$, donc un vecteur normal est :

$$\vec{n}=(4,2,-1)$$

On calcule le produit scalaire :

$$\vec{u}\cdot\vec{n}=1\times 4+(-1)\times 2+2\times(-1)=0$$

Donc $\vec{u}$ est orthogonal à $\vec{n}$, ce qui signifie que la droite d est parallèle au plan P.

Pour savoir si la droite est incluse dans le plan, on teste un point de d, par exemple pour $t=0$: $M(1,3,1)$. On remplace dans l'équation du plan :

$$4\times 1+2\times 3-1+3=12$$

Ce n'est pas nul, donc $M\notin P$ et la droite n'est pas incluse dans le plan.

La droite d est donc parallèle strictement au plan P. Réponse b.

3. <u>Réponse a.</u>

On calcule :

$$\overrightarrow{AB}=(7-3,3-2,1-1)=(4,1,0)$$

$$\overrightarrow{AC}=(-1-3,4-2,5-1)=(-4,2,4)$$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires (la troisième coordonnée passe de 0 à 4), donc A,B,C ne sont pas alignés.

De plus :

$$\overrightarrow{CD}=(-3-(-1),3-4,5-5)=(-2,-1,0)$$

Les rapports $\frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ et $\frac{-1}{1} = -1$ sont différents, donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires.

La seule réponse possible restante est donc la réponse a.

4. <u>Réponse c.</u>

a) On teste $R(1,1,-2)$ dans chaque plan.

Dans $Q: 3x - 2y + z + 1 = 0$:

$$3 - 2 - 2 + 1 = 0$$

Donc $R \in Q$.

Dans $Q': 4x + y - z + 3 = 0$:

$$4 + 1 - (-2) + 3 = 10$$

Donc $R \notin Q'$, donc la réponse a est fausse.

b) Les plans sont orthogonaux si leurs vecteurs normaux sont orthogonaux.

$$\vec{n} = (3,-2,1) \qquad \vec{n}' = (4,1,-1)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{n}' = 3 \times 4 + (-2) \times 1 + 1 \times (-1) = 9$$

Ce n'est pas nul, donc la réponse b est fausse.

c) On vérifie que la droite proposée appartient aux deux plans en remplaçant $x = t$, $y = 7t + 4$, $z = 11t + 7$.

Dans Q :

$$3t - 2(7t + 4) + (11t + 7) + 1 = 0$$

Dans Q' :

$$4t + (7t + 4) - (11t + 7) + 3 = 0$$

Les deux égalités sont vraies pour tout t, donc cette droite est bien l'intersection des deux plans. Donc la réponse c est vraie.

EXERCICE 3 (4 points)

1. On a $v_0 = \ln(4)$, donc :

$$v_1 = \ln(-1 + 2e^{v_0}) = \ln\left(-1 + 2e^{\ln 4}\right) = \ln(7)$$

De plus :

$$w_0 = -1 + e^{v_0} = -1 + e^{\ln 4} = 3$$

2. a. En B3, on doit calculer v_1 à partir de v_0 situé en B2, donc la formule doit commencer par « = » et utiliser B2 :

=LN(-1+2*EXP(B2))

Il s'agit de la formule 2.

2. b. À la lecture des premières valeurs, on conjecture que la suite (v_n) est strictement croissante.

2. c. On pose la propriété $P(n)$: $v_{n+1} > v_n$.

Initialisation :

D'après la question 1, $v_0 = \ln(4)$ et $v_1 = \ln(7)$, donc $v_1 > v_0$. Ainsi $P(0)$ est vraie.

Hérédité :

On suppose $P(n)$ vraie, donc $v_{n+1} > v_n$. Comme la suite (v_n) est strictement positive, on a en particulier $v_{n+1} > 0$. Ainsi :

$$v_{n+2} - v_{n+1} = \ln(-1 + 2e^{v_{n+1}}) - v_{n+1} = \ln\left(\frac{-1 + 2e^{v_{n+1}}}{e^{v_{n+1}}}\right) = \ln(2 - e^{-v_{n+1}})$$

Or $v_{n+1} > 0$ implique $e^{-v_{n+1}} \in (0,1)$, donc $2 - e^{-v_{n+1}} \in (1,2)$, et ainsi :

$$\ln(2 - e^{-v_{n+1}}) > 0$$

Donc $v_{n+2} - v_{n+1} > 0$, ce qui donne $v_{n+2} > v_{n+1}$, autrement dit $P(n+1)$.

Conclusion :

Par récurrence, pour tout n, $v_{n+1} > v_n$. La suite (v_n) est donc strictement croissante.

3. a. On calcule :

$$w_{n+1} = -1 + e^{v_{n+1}} = -1 + e^{\ln(-1+2e^{v_n})} = -1 + (-1 + 2e^{v_n}) = 2e^{v_n} - 2$$

$$= 2(e^{v_n} - 1) = 2(-1 + e^{v_n}) = 2w_n$$

La suite (w_n) est géométrique de raison 2, et de premier terme $w_0 = 3$.

3. b. Comme (w_n) est géométrique de raison 2 et $w_0 = 3$, on a :

$$w_n = 3 \times 2^n$$

Or $w_n = -1 + e^{v_n}$, donc $e^{v_n} = 1 + w_n$, d'où :

$$e^{v_n} = 1 + 3 \times 2^n$$

Et donc :

$$v_n = \ln(1 + 3 \times 2^n)$$

3. c. Quand $n \to +\infty$, on a $2^n \to +\infty$, donc $1 + 3 \times 2^n \to +\infty$.

Par croissance de $\ln$, on a donc :

$$v_n = \ln(1 + 3 \times 2^n) \to +\infty$$

La suite (v_n) diverge vers $+\infty$.

4. Dans l'algorithme, la variable V vaut d'abord v_0, puis après une itération de la boucle

$$V = \ln(2\exp(V) - 1)$$

Donc V prend successivement les valeurs v_1, v_2, …. Le compteur n est incrémenté de 1 à chaque tour.

Si $S \leq v_0$, la condition $V < S$ est fausse dès le départ, la boucle ne s'exécute pas et la fonction renvoie 0.

Si $S > v_0$, comme (v_n) est strictement croissante et $v_n \to +\infty$ (question 3. c), il existe un entier N tel que $v_N \geq S$. Au bout de N itérations, on a alors $V = v_N \geq S$, donc la condition $V < S$ devient fausse et la boucle s'arrête. La fonction renvoie donc un résultat quel que soit le réel S.

EXERCICE 4 (6 points)

Partie A : dénombrement

1. On tire successivement et sans remise parmi 60 entiers, donc on obtient des couples ordonnés $(a; c)$ avec $a \neq c$.

Nombre de couples possibles : $60 \times 59 = 3540$.

2. Le discriminant de $ax^2 + 2x + c = 0$ vaut $\Delta = 2^2 - 4ac = 4 - 4ac = 4(1 - ac)$.

L'équation a deux solutions réelles distinctes si et seulement si $\Delta > 0$, ce qui équivaut à $1 - ac > 0$, donc à $ac < 1$.

3. L'évènement contraire $\overline{M}$ correspond à $ac \geq 1$. Comme a et c sont des entiers non nuls, cela impose que a et c aient le même signe.

- Si $a > 0$, alors a a 30 choix et c a 29 choix (sans remise) : $30 \times 29 = 870$.
- Si $a < 0$, même comptage : $30 \times 29 = 870$.

Donc $\overline{M}$ comporte $870 + 870 = 1740$ issues.

4. On calcule :

$$P(M) = 1 - P(\overline{M}) = 1 - \frac{1740}{3540} = \frac{1800}{3540} = \frac{30}{59}$$

Ainsi $P(M) \approx 0{,}51$ (arrondi à 10^{-2}).

Partie B : équation différentielle

1. L'équation différentielle $y' + 10y = 0$ équivaut à $y' = -10y$.

Les solutions sont $y(x) = Ke^{-10x}$, où K est une constante réelle.

2. On pose $f(x) = (6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1}$

Écrivons $f(x) = P(x)e^{-5x+1}$ avec $P(x) = 6x^2 + 2x - 2$.

Alors $f'(x) = (P'(x) - 5P(x))e^{-5x+1}$.

Donc :

$$f'(x) + 10f(x) = (P'(x) - 5P(x) + 10P(x))e^{-5x+1} = (P'(x) + 5P(x))e^{-5x+1}$$

Or $P'(x) = 12x + 2$, donc :

$$P'(x) + 5P(x) = (12x + 2) + 5(6x^2 + 2x - 2) = 30x^2 + 22x - 8$$

Ainsi $f'(x) + 10f(x) = (30x^2 + 22x - 8)e^{-5x+1}$, donc f est bien une solution particulière de (E).

3. Les solutions de (E) sont la somme d'une solution particulière et d'une solution de l'équation homogène :

$$y(x) = (6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1} + Ke^{-10x}$$

où K est une constante réelle.

Partie C : étude de fonction

1. Quand $x \to -\infty$, on a :

$$e^{-5x+1} \to +\infty$$

Et :

$$6x^2 + 2x - 2 = x^2\left(6 + \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}\right) \to +\infty$$

Le produit tend donc vers $+\infty$.

Ainsi : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow (6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1} = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2x - 2 = 0$ (l'exponentielle n'est jamais nulle).

C'est une équation du type $ax^2 + 2x + c = 0$ avec $a = 6$ et $c = -2$, donc $ac = -12 < 1$. D'après la partie A, elle a deux solutions réelles distinctes.

Donc $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points.

3. Une tangente est horizontale en x_0 si $f'(x_0) = 0$.

D'après la partie B appliquée à f :

$$f'(x) = (30x^2 + 22x - 8)e^{-5x+1} - 10f(x) = (-30x^2 + 2x + 12)e^{-5x+1}$$

Donc $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -30x^2 + 2x + 12 = 0$.

C'est encore de la forme $ax^2 + 2x + c = 0$ avec $a = -30$ et $c = 12$, donc $ac = -360 < 1$. D'après la partie A, cette équation a deux solutions réelles distinctes.

Ainsi $\mathcal{C}_f$ possède deux tangentes horizontales.

4. Comme $e^{-5x+1} > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $-30x^2 + 2x + 12$.

On résout $-30x^2 + 2x + 12 = 0 \Leftrightarrow 30x^2 - 2x - 12 = 0$ et $\Delta = 1444 = 38^2$, donc les racines sont $-\frac{3}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

La parabole $-30x^2 + 2x + 12$ est tournée vers le bas, donc $f'(x) < 0$ à l'extérieur des racines et $f'(x) > 0$ entre elles.

De plus

$$f\left(-\frac{3}{5}\right) = \left(6 \cdot \frac{9}{25} + 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 2\right)e^4 = -\frac{26}{25}e^4$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(6 \cdot \frac{4}{9} + 2 \cdot \frac{2}{3} - 2\right)e^{-7/3} = 2e^{-7/3}$$

Tableau de variation :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{5}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{26}{25}e^4$	↗	$2e^{-7/3}$	↘	0

5. Sur $]-\infty, -3/5]$, f est strictement décroissante et passe de $+\infty$ à une valeur négative, donc l'équation $f(x) = 1$ y admet une unique solution (théorème des valeurs intermédiaires).

Sur $[-3/5\,, +\infty[$, le maximum de f vaut $2e^{-7/3} \approx 0{,}19 < 1$. Donc $f(x) = 1$ n'a pas de solution sur cet intervalle.

Conclusion : l'équation $f(x) = 1$ admet une seule solution sur $\mathbb{R}$.

6. a. Posons :

$$u(x) = -\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125}$$

Ainsi $F(x) = u(x)e^{-5x+1}$

Alors $F'(x) = \big(u'(x) - 5u(x)\big)e^{-5x+1}$

Or $u'(x) = -\frac{12}{5}x - \frac{22}{25}$

Donc :

$$u'(x) - 5u(x) = \left(-\frac{12}{5}x - \frac{22}{25}\right) - 5\left(-\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125}\right) = 6x^2 + 2x - 2$$

Ainsi $F'(x) = (6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1} = f(x)$

Donc F est bien une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

6. b. On a $I_m = F(m) - F(0{,}2)$. En remplaçant $x = 0{,}2 = \frac{1}{5}$, on obtient $F(0{,}2) = 0$, donc $I_m = F(m)$.

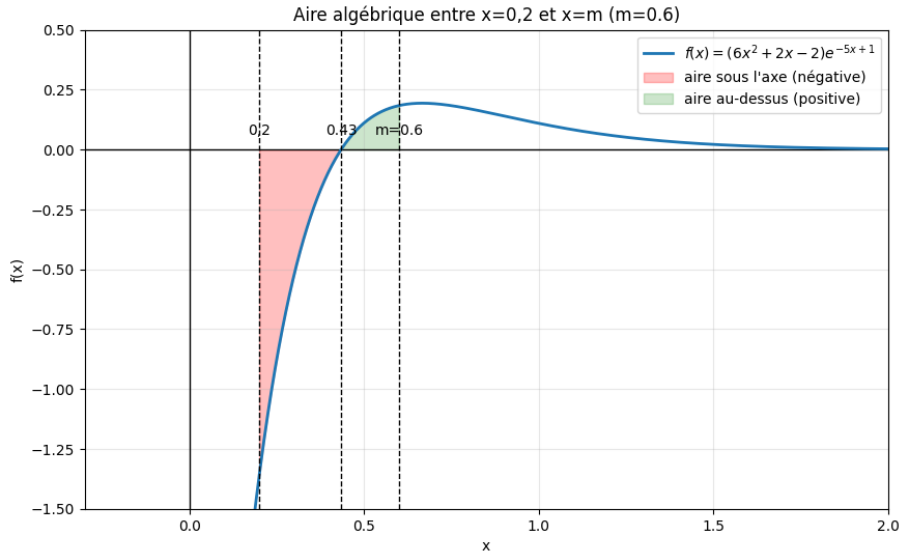
De plus

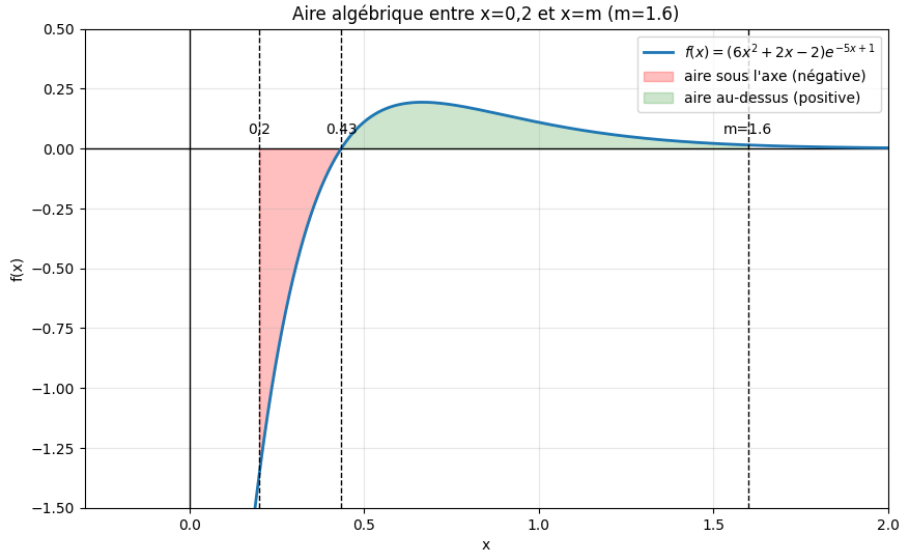
$$F(x) = \left(-\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125}\right)e^{-5x+1} = -\frac{6}{5}\left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x + \frac{14}{15}\right)e^{-5x+1}$$

Pour $m > 0{,}2$, les facteurs $\left(m - \frac{1}{5}\right)$ et $\left(m + \frac{14}{15}\right)$ sont positifs, l'exponentielle est positive, donc $F(m) < 0$, donc $I_m < 0$.

Il n'existe donc pas de valeur de $m > 0{,}2$ telle que $I_m = 0$. Graphiquement, l'aire algébrique entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe des abscisses, de $x = 0{,}2$ à $x = m$, reste toujours négative (la partie sous l'axe l'emporte).

Pour aider à comprendre :





Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.