Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Baccalauréat épreuve de spécialité (terminale)

Sujet jour 2

Métropole – La Réunion – 9 septembre 2026

A. P. M. E. P.

Exercice 1 — 5 points

Partie A

1. Cette joueuse effectue cinq lancers consécutifs.

a. On considère l'expérience aléatoire "la joueuse effectue un lancer franc". C'est une épreuve de Bernoulli dont le succès est l'événement "la joueuse réussi son lancer". La probabilité du succès est $p = 0{,}6$.
On répète cette expérience 5 fois de manière identique et indépendante donc la variable aléatoire qui compte le nombre de succès suit la loi binomiale de paramètres $p = 0{,}6$ et $n = 5$.

b. $P(X \geqslant 4) = P(X = 4) + P(X = 5)$
La calculatrice donne $P(X \geqslant 4) \approx 0{,}34$

2. On suppose maintenant que cette sportive doit effectuer n lancers, où n est un entier naturel non nul.
Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre de lancers réussis.
On admet que la variable aléatoire Y suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}6$.

a.
$$\begin{aligned} P(Y \geqslant 1) &= 1 - P(Y < 1) \\ &= 1 - P(Y = 0) \\ &= 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}6^0 \times 0{,}4^n \\ &= 1 - 0{,}4^n \end{aligned}$$

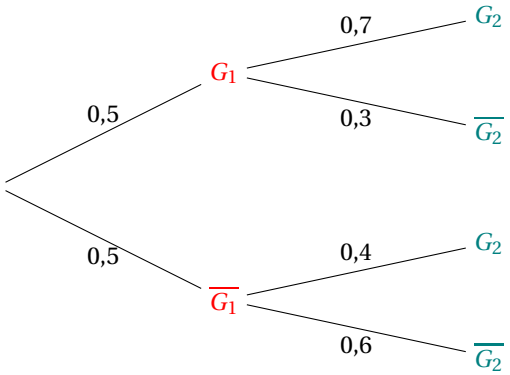
b. On cherche n tel que $P(Y \geqslant 1) \geqslant 0{,}9999$
$$\begin{aligned} P(Y \geqslant 1) \geqslant 0{,}9999 &\iff 1 - 0{,}4^n \geqslant 0{,}9999 \\ &\iff 0{,}4^n \leqslant 0{,}0001 \\ &\iff n \ln(0{,}4) \leqslant \ln(0{,}0001) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0{,}0001)}{\ln(0{,}4)} \end{aligned}$$
Or $\dfrac{\ln(0{,}0001)}{\ln(0{,}4)} \approx 10{,}052$.
A partir de 11 lancers, la probabilité d'en réussir au moins un est supérieure à 0,9999.

c.

```
def basket ():
  p = 0.6
  n = 1
  while p < 0,9999 :
    n = n + 1
    p = 1- 0,4**n
  return
```

Partie B

1. On représente la situation à l'aide d'un arbre de probabilité



G_1 et $\overline{G_1}$ forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales, on a
$P(G_2) = P(G_1 \cap G_2) + P(\overline{G_1} \cap G_2)$
$= 0{,}5 \times 0{,}7 + 0{,}5 \times 0{,}4$
$= 0{,}55$

probabilité de G_n.

2. **a.** **Initialisation.** Pour $n = 1$, on a $p_1 = 0{,}5$ et $p_2 = 0{,}55$
On vérifie que $p_1 < p_2$ donc la propriété est vraie au rang 1.
Hérédité. Il faut démontrer que, pour tout $n \geq 1$, si $p_n \leqslant p_{n+1}$ alors $p_{n+1} \leqslant p_{n+2}$.
$p_n \leqslant p_{n+1} \Longrightarrow 0{,}3p_n \leqslant 0{,}3p_{n+1}$
$\Longrightarrow 0{,}3p_n + 0{,}4 \leqslant 0{,}3p_{n+1} + 0{,}4$
$\Longrightarrow p_{n+1} \leq p_{n+2}$
Ainsi la propriété est héréditaire.
Conclusion. La propriété est vraie au rang 1 et est héréditaire donc elle est vraie pour tout $n \geq 1$.
On a donc pour tout $n \geqslant 1$, $\quad p_n \leqslant p_{n+1}$

b. p_n est la probabilité que le joueur réussisse son n-ième lancer franc, on a donc $0 \leq p_n \leq 1$
La suite (p_n) est bornée donc majorée.

c. On a montré que pour tout $n \geqslant 1$, $\quad p_n \leqslant p_{n+1}$ autrement dit que la suite (p_n) est croissante.
On a aussi démontré que la suite est majorée par 1.
On en déduit qu'elle est convergente.

3. Le fait que a limite de (p_n) quand n tend vers $+\infty$ est $\dfrac{4}{7}$ signifie que la probabilité que le joueur réussisse son n-ième lancer franc après un grand nombre de lancers est de $\dfrac{4}{7}$

Exercice 2 — 5 points

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} 3x - 1 = -\infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{-x} = +\infty$, par produit, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x - 1 = +\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x} = 0$, le produit donne une forme indéterminée.
Mais on a $f(x) = (3x-1)\,\mathrm{e}^{-x} + 2 = -3\big(-x\big)\,\mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}^{-x} + 2$
$\lim\limits_{x\to+\infty} -x\mathrm{e}^{-x} = \lim\limits_{X\to-\infty} X\,\mathrm{e}^{X} = 0$, par croissance comparée.
On obtient alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$.
On en déduit que la droite d'équation $y = 2$ est une asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$.

3. **a.** On a $f'(x) = 3 \times \mathrm{e}^{-x} + (3x-1) \times (-\mathrm{e}^{-x})$ Soit $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}\big(3 - (3x-1)\big) = (-3x+4)\,\mathrm{e}^{-x}$

b. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc le signe de f' est le même que celui de $-3x+4$.

Or $-3x+4 \geq 0 \iff x \leq \dfrac{4}{3}$.

De plus, on a $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = 3\mathrm{e}^{-\frac{4}{3}} + 2$

On obtient le tableau de variations

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
variation de f	$-\infty$	↗	$3\mathrm{e}^{\frac{4}{3}}+2$	↘	2

4. **a.** Sur l'intervalle $\left[\dfrac{4}{3}\,;+\infty\right[$, la fonction f est strictement positive donc l'équation $f(x)=0$ n'admet pas de solution.

Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\dfrac{4}{3}\right]$, la fonction f est dérivable donc continue. Elle est strictement croissante sur cet intervalle.

De plus, l'image de l'intervalle $\left]-\infty\,;\dfrac{4}{3}\right]$ est l'intervalle $\left]-\infty\,;3\mathrm{e}^{\frac{4}{3}}+2\right]$ avec $3\mathrm{e}^{\frac{4}{3}}+2>0$.

Donc d'après le théorème de la bijection, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution sur $\left]-\infty\,;\dfrac{4}{3}\right]$.

En conclusion, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$.

b. On sait que $\alpha \in \left]-\infty\,;\dfrac{4}{3}\right]$

La calculatrice permet d'obtenir :

$f(-1) \approx -8{,}87$ et $f(0)=1$ donc $-1<\alpha<0$

$f(-0{,}3) \approx -0{,}56$ et $f(-0{,}2) \approx -0{,}046$ donc $-0{,}3<\alpha<-0{,}2$

$f(-0{,}21) \approx -0{,}01$ et $f(-0{,}2) \approx -0{,}046$ donc $-0{,}21<\alpha<-0{,}2$

$f(-0{,}209) \approx -0{,}005$ et $f(-0{,}208) \approx -0{,}0005$ donc $-0{,}209<\alpha<-0{,}208$

On en déduit que $\alpha \approx -0{,}21$

c. Par lecture du tableau de variation, on obtient le tableau de signes suivant

x	$-\infty$		α		$+\infty$
signe de f		$-$	0	$+$	

d. Sur l'intervalle $[0\,;2]$, la fonction f est positive donc l'aire du domaine limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe de abscisses et les droites d'équation $x=0$ et $x=2$ est $\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$.

$$\begin{aligned}\mathscr{A} &= \int_0^2 f(x)\,dx\\ &= \Big[F(x)\Big]_0^2\\ &= F(2)-F(0)\\ &= -8\mathrm{e}^2+4+2\\ &= 6-8\mathrm{e}^2\end{aligned}$$

L'aire du domaine limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe de abscisses et les droites d'équation $x=0$ et $x=2$ mesure $6-8\mathrm{e}^2$ unités d'aire.

5. On a $f''(x) = \mathrm{e}^{-x}(3x-7)$

La dérivée seconde de f est strictement négative quand $3x-7$ est strictement négatif soit sur $\left]-\infty\,;\frac{7}{3}\right[$.

On en déduit que sur $\left]-\infty\,;\frac{7}{3}\right[$, f est concave donc sa courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de toutes ses tangentes. En particulier, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 0.

On a donc Soit la fonction Δ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\Delta(x) = (3x-1)\,\mathrm{e}^{-x} + 2 - (4x+1) = (3x-1)\,\mathrm{e}^{-x} - 4x + 1.$$

Cette fonction somme de produits de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$\Delta'(x) = 3\,\mathrm{e}^{-x} - (3x-1)\,\mathrm{e}^{-x} - 4 = \mathrm{e}^{-x}(3-3x+1) = (4-3x)\,\mathrm{e}^{-x} - 4$

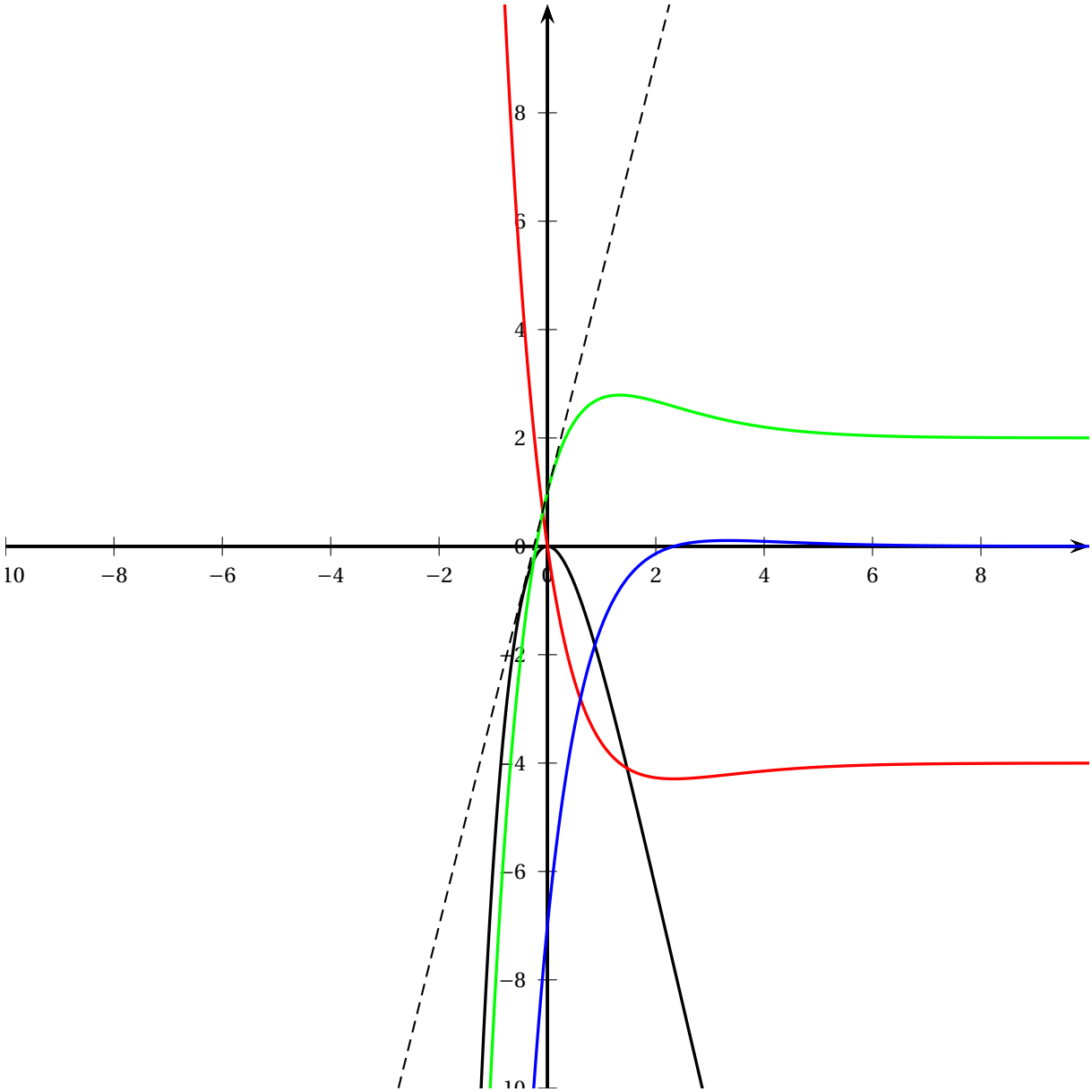
De même $\Delta''(x) = -3\,\mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}^{-x}(4-3x) = \mathrm{e}^{-x}(-3-4+3x) = (3x-7)\,\mathrm{e}^{-x}$.

Comme quel que soit le réel x, $\mathrm{e}^{-x} > 0$, $\Delta''(x)$ a le signe de $3x-7$, donc :

$\Delta''(x) < 0$ sur $\left]-\infty\,;\,\frac{7}{3}\right[$, $\Delta''(x) > 0$ sur $\left]\frac{7}{3}\,;\,+\infty\right[$ et $\Delta''\left(\frac{7}{3}\right) = 0$.

Avec $\Delta'\left(-\frac{7}{3}\right) = 11\,\mathrm{e}^{-\frac{7}{3}} - 4 \approx -3{,}9$ en déduit les variations de Δ' :

Δ' décroit de plus l'infini à $\mathrm{e}^{-\frac{7}{3}} - 4 < 0$ et croit de $\mathrm{e}^{-\frac{7}{3}} - 4 < 0$ à plus l'infini



Exercice 3 — 5 points

1. **Affirmation 1** :
   f est dérivable et $f(x) = (x-2)\,\mathrm{e}^{x}$ donc $f'(x) = \mathrm{e}^{x}(x-1)$
   $f'(x) - 2f(x) = \mathrm{e}^{x}(x-1) - 2\mathrm{e}^{x}(x-2)$
   $= \mathrm{e}^{x}(-x+3)$
   $= -(x-3)\,\mathrm{e}^{x}$
   L'affirmation est fausse.
2. **Affirmation 2** :
   On pose $v(x) = 2x+1$ et $u'(x) = \cos x$
   On a alors $v'(x) = 2$ et on peut choisir $u(x) = \sin x$

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x &= \Big[(2x+1)\sin x\Big]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 2\sin x \\ &= \Big((2\pi+1)\sin\pi - \sin 0\Big) - \Big[-2\cos x\Big]_0^{\pi} \\ &= 0 + 2\cos\pi - 2\cos 0 \\ &= -4\end{aligned}$$

L'affirmation est fausse.

3. **Affirmation 3** :

La fonction du second degré $x \mapsto 2x^2 - 6x - 56$ admet deux racines -4 et 7. Le coefficient du terme de degré 2 est $a = 2$ donc cette fonction est strictement positive sur $]7\,;+\infty[$.

La fonction affine $x \mapsto 4x - 8$ est strictement positive sur $]2\,;+\infty[$.

On peut résoudre l'inéquation sur l'intervalle $]7\,;+\infty[$, et on a

$$\begin{aligned}\forall x \in]7\,;+\infty[,\quad \ln\left(2x^2-6x-56\right) \geqslant \ln(4x-8) &\iff 2x^2-6x-56 \geqslant 4x-8 \\ &\iff 2x^2-10x-48 \geqslant 0 \\ &\iff x^2-5x-24 \geq 0\end{aligned}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 121$ donc la fonction du second degré $x \mapsto x^2 - 5x - 24$ admet deux racines -3 et 8.

Le coefficient du terme de degré 2 est $a = 1$, donc cette fonction est positive sur $]-\infty\,;-3]\cup[8\,;+\infty[$.

Sur $]7\,;+\infty[$, l'inéquation a pour ensemble de solutions l'intervalle $[8\,;+\infty[$.

L'affirmation est vraie.

4. **Affirmation 4** :

$$\begin{aligned}v_{n+1} - v_n &= \frac{2}{u_{n+1}} - \frac{2}{u_n} \\ &= \frac{2}{\frac{3u_n}{5u_n+3}} - \frac{2}{u_n} \\ &= 2 \times \frac{5u_n+3}{3u_n} - \frac{2}{u_n} \\ &= \frac{10u_n+6-6}{3u_n} \\ &= \frac{10}{3}\end{aligned}$$

La différence $v_{n+1} - v_n$ est constante donc la suite (v_n) est arithmétique

5. **Affirmation 5** :

Exercice 4 — 5 points

Partie A

1. On a $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}0\\3\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}2{,}5\\7\\-1\end{pmatrix}$

Puisque $\dfrac{0}{2{,}5} \neq \dfrac{3}{7}$, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ ne sont pas proportionnelles donc les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ ne sont pas colinéaires et les points R, S et T ne sont pas alignés.

2. **a.** Les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ ne sont pas colinéaires donc ils forment une base du plan (RST).

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{RS} = 0 + 12 - 12 = 0$ et $\vec{n}\cdot\overrightarrow{RT} = -25 + 28 - 3 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs formant une base du plan (RST) donc le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (RST).

b. Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}-10\\4\\3\end{pmatrix}$ est normal au plan (RST) donc une équation du plan (RST) est de la forme $-10x + 4y + 3z + d = 0$.

Le point R(1 ; 0 ; 6) appartient au plan (RST) donc on doit avoir $-10\times 1+4\times 0+3\times 6+d=0$ soit $d=-8$.

L'équation $-10x+4y+3z-8=0$ est une équation cartésienne du plan (RST).

3. **a.** On a $-10\times(2{,}5)+4\times 8+3\times 4{,}5-8=-25+32+13{,}5-8\neq 0$

On en déduit que A n'appartient pas à (RST).

b. Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}-10\\4\\3\end{pmatrix}$ est normal au plan (RST) donc c'est un vecteur directeur de la droite d_1.

De plus, A$(-2{,}5\,;8\,;4{,}5)\in d_1$ donc une représentation paramétrique de d_1 est

$$\begin{cases} x=-2{,}5-10t\\ y=8+4t\\ z=4{,}5+3t\end{cases}\quad ,t\in\mathbb{R}$$

c. A $\in d_1$ et d_1 est orthogonale au plan (RST) donc le projeté orthogonal de A sur (RST) est le point d'intersection de d_1 et de (RST).

Puisque $-10\times(2{,}5)+4\times 6+3\times 3-8=-25+24+9-8=0$, le point de coordonnées (2,5 ; 6 ; 3) appartient à (RST).

Puisque le système $\begin{cases} 2{,}5=-2{,}5-10t\\ 6=8+4t\\ 3=4{,}5+3t\end{cases}$ admet pour solution $t=-\dfrac{1}{2}$, le point de coordonnées (2,5 ; 6 ; 3) appartient à d_1.

Le point de coordonnées (2,5 ; 6 ; 3) appartient à d_1 et à (RST) (qui sont sécants) donc ce point est le point d'intersection de d_1 et (RST). C'est le point H, projeté orthogonal de A sur (RST).

4. **a.** $\overrightarrow{SR}\cdot\overrightarrow{ST}=0\times 2{,}5-3\times 4+4\times 3=0$

Les vecteurs $\overrightarrow{SR}$ et $\overrightarrow{ST}$ sont orthogonaux donc (SR)$\perp$(ST) et le triangle RST est rectangle en S.

b. Pour calculer le volume du tétraèdre, on choisi le triangle RST comme base et la hauteur associée est la droite (AH).

Ainsi $\mathcal{V}_{ARST}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}SR\times ST\times AH$

Or $SR=\sqrt{0^2+(-3)^2+(-4)^2}=5$,

$ST=\sqrt{2{,}5^2+4^2+3^2}=\sqrt{31{,}25}$

et $AH=\sqrt{5^2+(-2)^2+(-1{,}5)^2}=\sqrt{31{,}25}$

Donc $\mathcal{V}_{ARST}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 5\times\sqrt{31{,}25}\times\sqrt{31{,}25}=\dfrac{625}{24}$

Partie B

1. $AM^2=(x_M-x_A)^2+\left(y_M-y_A\right)^2+(z_M-z_A)^2$

$AM^2=(-2+s)^2+(-4-4s)^2+(1-2s)^2$

$AM^2=4-4s+s^2+16+32s+16s^2+1-4s+4s^2$

$AM^2=21s^2+24s+21$

2. La fonction du second degré $x\mapsto 21s^2+24s+21$ admet un minimum en $\alpha=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{4}{7}$.

Ainsi la distance est minimale pour $s=-\dfrac{4}{7}$ soit pour M$\left(-\dfrac{71}{14}\,;\dfrac{44}{7}\,;\dfrac{93}{14}\right)$.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.