Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2026 Spécialité Mathématiques – Centres Étrangers Afrique – Jour 2

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (4 points)

1. On calcule deux vecteurs construits à partir des points A, B et C :

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; -4)$$

$$\overrightarrow{AC} = (0; 1; -2)$$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires, car leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles. Les points A, B et C ne sont donc pas alignés.

Ainsi, les points A, B et C définissent bien un plan.

2. On vérifie que $\vec{n} = (4; 4; 2)$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan :

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 4 \times 1 + 4 \times 1 + 2 \times (-4) = 0$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \times 0 + 4 \times 1 + 2 \times (-2) = 0$$

Le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC). C'est donc un vecteur normal au plan (ABC).

3. Le plan (ABC) admet pour vecteur normal $\vec{n} = (4; 4; 2)$. Une équation cartésienne est donc de la forme :

$$4x + 4y + 2z + d = 0$$

Comme le point $A(1; 0; 3)$ appartient au plan, ses coordonnées vérifient l'équation :

$$4 \times 1 + 4 \times 0 + 2 \times 3 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow 10 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow d = -10$$

On obtient donc :

$$4x + 4y + 2z - 10 = 0$$

En divisant par 2, une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$2x + 2y + z - 5 = 0$$

4. On remplace x, y et z par les coordonnées de $H(0; 2; 1)$ dans l'équation du plan :

$$2 \times 0 + 2 \times 2 + 1 - 5 = 0$$

Le point H vérifie bien l'équation du plan (ABC). Donc H appartient au plan (ABC).

5. L'angle $\widehat{BAH}$ est l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$.

On a :

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; -4)$$

$$\overrightarrow{AH} = (-1; 2; -2)$$

Calculons leur produit scalaire :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = 1 \times (-1) + 1 \times 2 + (-4) \times (-2) = 9$$

Puis leurs normes :

$$\| \overrightarrow{AB} \| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\| \overrightarrow{AH} \| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$$

Donc :

$$\cos(\widehat{BAH}) = \frac{9}{3\sqrt{2} \times 3} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

On reconnaît la valeur du cosinus de $45°$. La mesure de l'angle $\widehat{BAH}$ est donc égale à $45°$.

6. La droite (d) est orthogonale au plan (ABC), donc elle a pour vecteur directeur un vecteur normal au plan. On peut prendre le vecteur $(2; 2; 1)$, qui est colinéaire à $\vec{n} = (4; 4; 2)$.

Comme elle passe par $H(0; 2; 1)$, une représentation paramétrique de (d) est :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

7. Un point S de la droite (d) a pour coordonnées :

$$S(2t; 2 + 2t; 1 + t)$$

Comme H appartient au plan (ABC) et que la droite (d) est orthogonale à ce plan, la distance entre S et le plan (ABC) est simplement la distance SH.

Le vecteur directeur choisi est $(2; 2; 1)$, dont la norme vaut :

$$\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$$

Donc :

$$SH = 3|t|$$

On veut que cette distance soit égale à 6, donc :

$$3|t| = 6 \Leftrightarrow |t| = 2$$

Ainsi, $t = 2$ ou $t = -2$.

Or l'abscisse de S vaut $x_S = 2t$, et elle doit être positive. On choisit donc $t = 2$.

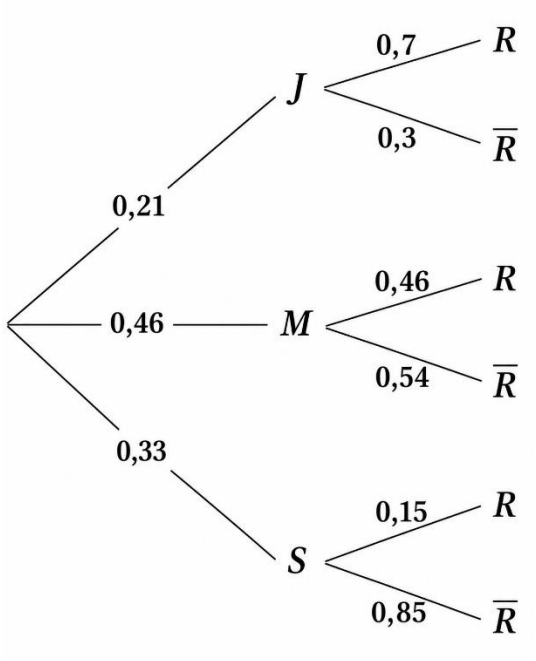
Les coordonnées du point S sont alors :

$$S(4; 6; 3)$$

EXERCICE 2 (4 points)

Partie A

1. On lit l'énoncé et on complète l'arbre pondéré suivant :



2. On a :

$$P(M \cap R) = P(M) \times P_M(R) = 0{,}46 \times 0{,}46 = 0{,}2116 \approx 0{,}212$$

Cela signifie qu'environ $21{,}2$ % des habitants âgés d'au moins 15 ans vivant en France ont entre 30 et 59 ans et ont déjà publié sur ce réseau social.

3. a. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(J \cap R) + P(M \cap R) + P(S \cap R)$$

$$= 0{,}21 \times 0{,}70 + 0{,}46 \times 0{,}46 + 0{,}33 \times 0{,}15$$

$$= 0{,}147 + 0{,}2116 + 0{,}0495 = 0{,}4081 \approx 0{,}408$$

La probabilité qu'une personne interrogée ait déjà publié sur ce réseau social est donc environ $0{,}408$.

3. b. On cherche une probabilité conditionnelle :

$$P_R(S) = \frac{P(S \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}33 \times 0{,}15}{0{,}4081} = \frac{0{,}0495}{0{,}4081} \approx 0{,}121$$

Sachant que la personne a déjà publié sur ce réseau social, la probabilité qu'elle ait au moins 60 ans est environ $0{,}121$.

Partie B

1. On répète 100 fois, de manière indépendante, une expérience ayant deux issues : la personne a déjà publié sur le réseau social, ou non.

La probabilité de succès est $0{,}41$. Donc la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres :

$$n = 100 \quad \text{et} \quad p = 0{,}41$$

On peut écrire :

$$X \sim \mathcal{B}(100; 0{,}41)$$

2. On cherche :

$$P(X \geq 50)$$

À la calculatrice, avec $X \sim \mathcal{B}(100; 0{,}41)$, on obtient :

$$P(X \geq 50) = 1 - P(X \leq 49) \approx 0{,}043$$

La probabilité qu'au moins la moitié des 100 personnes interrogées ait déjà publié sur ce réseau social est donc environ $0{,}043$.

3. Pour une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$, l'espérance vaut :

$$E(X) = np$$

Donc :

$$E(X) = 100 \times 0{,}41 = 41$$

Sur un sondage de 100 personnes âgées d'au moins 15 ans vivant en France, on peut s'attendre en moyenne à ce que 41 personnes aient déjà publié sur ce réseau social.

Partie C

Chaque variable aléatoire X_i suit la loi binomiale $\mathcal{B}(100; 0{,}41)$. Ainsi :

$$E(X_i) = 100 \times 0{,}41 = 41$$

et :

$$V(X_i) = 100 \times 0{,}41 \times 0{,}59 = 24{,}19$$

La variable aléatoire Y est la moyenne des 150 variables aléatoires $X_1, X_2, \dots, X_{150}$. Donc :

$$E(Y) = 41$$

Comme les sondages sont réalisés de manière indépendante :

$$V(Y) = \frac{V(X_1)}{150} = \frac{24{,}19}{150}$$

On veut étudier :

$$P(37 < Y < 45)$$

Or :

$$37 < Y < 45 \quad \Leftrightarrow \quad |Y - 41| < 4$$

On utilise l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$P(|Y - E(Y)| \geq 4) \leq \frac{V(Y)}{4^2}$$

$$\Leftrightarrow P(|Y - 41| \geq 4) \leq \frac{\frac{24{,}19}{150}}{16}$$

$$\Leftrightarrow P(|Y - 41| \geq 4) \leq \frac{24{,}19}{2400}$$

Ainsi :

$$P(|Y - 41| < 4) \geq 1 - \frac{24{,}19}{2400} \approx 0{,}9899$$

En particulier :

$$P(37 < Y < 45) > 0{,}98$$

La probabilité que Y soit strictement comprise entre 37 et 45 est donc bien strictement supérieure à 98%.

EXERCICE 3 (6 points)

Partie A

1. La fonction f est dérivable sur $[2; +\infty[$.

Pour tout $x \geq 2$, on a :

$$f'(x) = \frac{6x + 2}{3x^2 + 2x}$$

Sur $[2; +\infty[$, le numérateur $6x + 2$ est strictement positif et le dénominateur $3x^2 + 2x$ est strictement positif.

Donc :

$$f'(x) > 0$$

La fonction f est donc strictement croissante sur $[2; +\infty[$.

2. a. Calculons $g(2)$:

$$g(2) = \ln(3 \times 2^2 + 2 \times 2) - 2 = \ln(16) - 2$$

Or $\ln(16) \approx 2{,}77$, donc :

$$g(2) > 0$$

Comme :

- g est continue sur $[2; +\infty[$
- strictement décroissante, avec $g(2) > 0$
- une limite égale à $-\infty$ en $+\infty$

Alors d'après le théorème des valeurs intermédiaires l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur $[2; +\infty[$.

On note cette solution α.

2. b. À la calculatrice, on obtient :

$$\alpha \approx 4{,}05$$

2. c. Comme g est strictement décroissante et s'annule une seule fois en α, on obtient :

x	2		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

Partie B

1. On veut montrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$2 \leq a_n \leq \alpha$$

On raisonne par récurrence.

Initilisation :

L'hypothèse est vraie pour $n = 0$, car :

$$2 \leq a_0 \leq \alpha$$

Hérédité :

Supposons que, pour un certain entier naturel n, on ait :

$$2 \leq a_n \leq \alpha$$

Comme f est strictement croissante sur $[2; +\infty[$, on peut appliquer f aux trois membres :

$$f(2) \leq f(a_n) \leq f(\alpha)$$

Or :

$$f(a_n) = a_{n+1}$$

De plus, α est solution de $g(x) = 0$, donc :

$$f(\alpha) - \alpha = 0 \Leftrightarrow f(\alpha) = \alpha$$

Enfin :

$$f(2) = \ln(16) \approx 2{,}77 > 2$$

Donc :

$$2 \leq f(2) \leq a_{n+1} \leq \alpha$$

Et donc :

$$2 \leq a_{n+1} \leq \alpha$$

Conclusion :

La propriété est vraie au rang 0 et héréditaire. Par récurrence, pour tout entier naturel n :

$$2 \leq a_n \leq \alpha$$

2. Pour tout entier naturel n, on a :

$$a_{n+1} - a_n = f(a_n) - a_n = g(a_n)$$

D'après la question précédente, $a_n \in [2; \alpha]$. Sur cet intervalle, on a :

$$g(a_n) \geq 0$$

Donc :

$$a_{n+1} - a_n \geq 0$$

La suite (a_n) est donc croissante.

3. La suite (a_n) est croissante et majorée par α. Donc elle converge.

4. On note ℓ la limite de la suite (a_n).

Comme, pour tout entier naturel n, on a $2 \leq a_n \leq \alpha$, par passage à la limite :

$$2 \leq \ell \leq \alpha$$

La relation de récurrence est :

$$a_{n+1} = f(a_n)$$

Comme f est continue sur $[2; +\infty[$, on peut passer à la limite :

$$\ell = f(\ell)$$

$$\Leftrightarrow f(\ell) - \ell = 0$$

$$\Leftrightarrow g(\ell) = 0$$

Or l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur $[2; +\infty[$, qui est α. Donc :

$$\ell = \alpha$$

La suite (a_n) converge donc vers α.

Partie C

1. D'après la partie B, avec $a_0 = 2$, on sait que pour tout entier naturel n :

$$a_n \leq \alpha$$

On admet que la suite (b_n) est strictement décroissante et qu'elle converge vers α. Comme $b_0 = 10$ et que la suite décroît vers α, tous ses termes restent supérieurs ou égaux à α.

Donc :

$$\alpha \leq b_n$$

Ainsi, pour tout entier naturel n :

$$a_n \leq \alpha \leq b_n$$

On en déduit :

$$a_n \leq b_n$$

2. a. En exécutant l'algorithme pour $p = 2$, la boucle s'arrête lorsque :

$$b - a \leq 10^{-2}$$

À la calculatrice ou avec Python, l'instruction algo(2) renvoie :

$$(9;\ 4{,}044)$$

2. b. L'algorithme calcule simultanément les termes des suites (a_n) et (b_n), avec $a_n \leq \alpha \leq b_n$.

Pour $p = 2$, il s'arrête au rang 9, car l'écart entre b_9 et a_9 est inférieur ou égal à 10^{-2}.

La valeur renvoyée $a_9 \approx 4{,}044$ donne donc une approximation de α. Comme α est compris entre a_9 et b_9, et que l'écart entre ces deux valeurs est inférieur à $0{,}01$, cette approximation est précise à 10^{-2} près.

EXERCICE 4 (6 points)

Partie A

On associe les courbes de la manière suivante :

$$f \leftrightarrow C_1$$
$$f' \leftrightarrow C_3$$
$$f'' \leftrightarrow C_2$$

Partie B

1. On dérive g comme un produit de fonctions dérivables :

$$g'(x) = (2x - 3)e^{-x} - (x^2 - 3x)e^{-x} = (-x^2 + 5x - 3)e^{-x}$$

Alors :

$$g'(x) + g(x) = (-x^2 + 5x - 3)e^{-x} + (x^2 - 3x)e^{-x} = (2x - 3)e^{-x}$$

Donc g est bien une solution particulière de l'équation différentielle.

2. L'équation différentielle homogène est :

$$y' + y = 0$$

Ses solutions sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$y(x) = Ce^{-x}$$

où C est une constante réelle.

3. Les solutions de l'équation différentielle sont obtenues en ajoutant à une solution particulière les solutions de l'équation homogène.

Ainsi, les solutions sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$y(x) = (x^2 - 3x)e^{-x} + Ce^{-x}$$

c'est-à-dire :

$$y(x) = (x^2 - 3x + C)e^{-x} \quad \text{où} \quad C \in \mathbb{R}$$

4. On cherche la solution telle que :

$$f(0) = 2$$

D'après la question précédente :

$$f(x) = (x^2 - 3x + C)e^{-x}$$

Donc :

$$f(0) = C$$

$$\Leftrightarrow C = 2$$

La solution cherchée est donc :

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$$

Partie C

1. Pour tout réel x, on a :

$$f(x) = e^{-x}(x^2 - 3x + 2)$$

Or :

$$e^{-x} > 0$$

Le signe de $f(x)$ est donc celui du trinôme :

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

Le coefficient principal de ce trinôme est $1 > 0$ et les racines sont 1 et 2.

Ainsi, on obtient :

$$f(x) > 0 \quad \text{sur }]-\infty; 1[\text{ et }]2; +\infty[$$

$$f(x) = 0 \quad \text{pour } x = 1 \text{ et } x = 2$$

$$f(x) < 0 \quad \text{sur }]1; 2[$$

2. a. Lorsque $x \to -\infty$, on a :

$$e^{-x} \to +\infty \qquad \text{et} \qquad x^2 - 3x + 2 \to +\infty$$

Donc :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

2. b. Lorsque $x \to +\infty$, l'exponentielle e^{-x} tend vers 0 plus vite que le polynôme $x^2 - 3x + 2$ ne tend vers $+\infty$ (croissance comparée).

Donc :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

3. a. On a :

$$I = \int_0^1 e^{-x}\,(x^2 - 3x + 2)\,dx$$

On pose :

$$u(x) = x^2 - 3x + 2 \qquad v'(x) = e^{-x}$$

$$u'(x) = 2x - 3 \qquad v(x) = -e^{-x}$$

Par intégration par parties :

$$I = [-(x^2 - 3x + 2)e^{-x}]_0^1 + \int_0^1 (2x - 3)e^{-x}\,dx = 2 + \int_0^1 (2x - 3)e^{-x}\,dx$$

On effectue une deuxième intégration par parties sur l'intégrale restante. On pose :

$$u(x) = 2x - 3 \qquad v'(x) = e^{-x}$$

$$u'(x) = 2 \qquad v(x) = -e^{-x}$$

Ainsi :

$$\int_0^1 (2x - 3)e^{-x}\,dx = [-(2x - 3)e^{-x}]_0^1 + \int_0^1 2\,e^{-x}\,dx$$

$$= e^{-1} - 3 + [-2e^{-x}]_0^1 = e^{-1} - 3 - 2e^{-1} + 2 = -1 - e^{-1} = -1 - \frac{1}{e}$$

Finalement :

$$I = 2 - 1 - \frac{1}{e} = 1 - \frac{1}{e}$$

3. b. Sur l'intervalle $[0; 1]$, la fonction f est positive. L'intégrale I représente donc l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Cette aire vaut :

$$1 - \frac{1}{e}$$

Partie D

1. La tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a a pour équation :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Son point d'intersection avec l'axe des ordonnées correspond à $x = 0$. Son ordonnée est donc :

$$f(a) - af'(a)$$

On calcule d'abord $f'(x)$. Comme :

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$$

on obtient :

$$f'(x) = (2x - 3)e^{-x} - (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$$

$$= (2x - 3 - x^2 + 3x - 2)e^{-x} = (-x^2 + 5x - 5)e^{-x}$$

Ainsi :

$$f(a) - af'(a) = (a^2 - 3a + 2)e^{-a} - a(-a^2 + 5a - 5)e^{-a}$$

$$= (a^3 - 5a^2 + 5a + a^2 - 3a + 2)e^{-a} = (a^3 - 4a^2 + 2a + 2)e^{-a}$$

Le point d'intersection de la tangente (T_a) et de l'axe des ordonnées a donc bien pour ordonnée :

$$(a^3 - 4a^2 + 2a + 2)e^{-a}$$

2. Une tangente (T_a) passe par l'origine si et seulement si son point d'intersection avec l'axe des ordonnées a pour ordonnée 0.

On cherche donc les réels a tels que :

$$(a^3 - 4a^2 + 2a + 2)e^{-a} = 0$$

Or, pour tout réel a :

$$e^{-a} > 0$$

On doit donc résoudre :

$$a^3 - 4a^2 + 2a + 2 = 0$$

On pose :

$$h(a) = a^3 - 4a^2 + 2a + 2$$

On dérive :

$$h'(a) = 3a^2 - 8a + 2$$

Les racines de h' sont :

$$a_1 = \frac{4 - \sqrt{10}}{3} \approx 0{,}28$$

$$a_2 = \frac{4 + \sqrt{10}}{3} \approx 2{,}39$$

Le coefficient principal de h' est $3 > 0$.

Donc h est strictement croissante sur $]-\infty; a_1]$, strictement décroissante sur $[a_1; a_2]$, puis strictement croissante sur $[a_2; +\infty[$.

On calcule :

$$h(-1) = -5 \qquad \text{et} \qquad h(0) = 2$$

La fonction h est continue sur $[-1; 0]$. Comme $h(-1)$ et $h(0)$ sont de signes contraires, le théorème des valeurs intermédiaire assure l'existence d'une solution dans $]-1; 0[$. De plus, h est strictement croissance sur cet intervalle, donc cette solution est unique.

De même :

$$h(1) = 1 \qquad \text{et} \qquad h(2) = -2$$

La fonction h est continue sur $[1; 2]$. D'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe une solution dans $]1; 2[$. Comme h est strictement décroissante sur cet intervalle, cette solution est unique.

Enfin :

$$h(3) = -1 \qquad \text{et} \qquad h(4) = 10$$

La fonction h est continue sur $[3; 4]$. D'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe une solution dans $]3; 4[$. Comme h est strictement croissante sur cet intervalle, cette solution est unique.

Les variations de h montrent qu'il ne peut pas y avoir d'autre solution.

Il existe donc exactement trois valeurs de a pour lesquelles la tangente (T_a) passe par l'origine.

Ainsi, il existe exactement trois tangentes à la courbe C_f passant par l'origine.

_____

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.