Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2026
Spécialité Mathématiques – Métropole – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

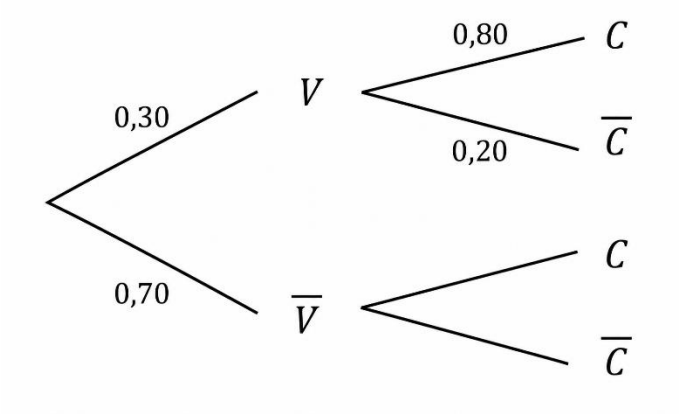
EXERCICE 1 (5 points)

Partie A

1. a. On sait que 75 % des familles réservent une cabine, donc :

$$P(C) = 0{,}75$$

1. b. On complète l'arbre pondéré :



2. On cherche $P(V \cap C)$. D'après l'arbre :

$$P(V \cap C) = P(V) \times P_V(C) = 0{,}30 \times 0{,}80 = 0{,}24$$

La probabilité qu'une famille réserve à la fois un emplacement pour un véhicule et une cabine est donc $0{,}24$, soit 24 %.

3. On cherche $P_C(V)$. Par définition :

$$P_C(V) = \frac{P(V \cap C)}{P(C)} = \frac{0{,}24}{0{,}75} = 0{,}32$$

Sachant qu'une famille a réservé une cabine, la probabilité qu'elle ait aussi réservé un emplacement pour un véhicule est $0{,}32$, soit 32 %.

4. On utilise la formule des probabilités totales :

$$P(C) = P(V \cap C) + P\left(\overline{V} \cap C\right) = 0{,}24 + P\left(\overline{V}\right) \times P_{\overline{V}}(C)$$

Donc :

$$P_{\overline{V}}(C) = \frac{P(C) - 0{,}24}{P\left(\overline{V}\right)} = \frac{0{,}75 - 0{,}24}{0{,}70} = \frac{0{,}51}{0{,}70} = \frac{51}{70} \approx 0{,}73$$

Parmi les familles qui ne réservent pas d'emplacement pour un véhicule, environ 73 % réservent une cabine.

Partie B

1. L'espérance de X vaut :

$$E(X) = 0 \times 0{,}19 + 70 \times 0{,}06 + 100 \times 0{,}51 + 170 \times 0{,}24$$

$$= 4{,}2 + 51 + 40{,}8 = 96$$

Pour la variance, on calcule d'abord $E(X^2)$:

$$E(X^2) = 0^2 \times 0{,}19 + 70^2 \times 0{,}06 + 100^2 \times 0{,}51 + 170^2 \times 0{,}24$$

$$= 294 + 5100 + 6936 = 12330$$

Ainsi :

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$= 12330 - 96^2 = 12330 - 9216 = 3114$$

2. a. La remise est de 40 %, donc la famille ne paie plus que 60 % du montant initial des suppléments et des extras.

Le montant initial est $X + Y$, donc :

$$Z = 0{,}6(X + Y)$$

2. b. Par linéarité de l'espérance :

$$E(Z) = E\big(0{,}6(X + Y)\big) = 0{,}6(E(X) + E(Y))$$

$$= 0{,}6 \times (96 + 104) = 0{,}6 \times 200 = 120$$

Pour la variance, comme X et Y sont indépendantes :

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$

Donc :

$$V(Z) = V\big(0{,}6(X + Y)\big) = 0,6^2 V(X + Y)$$

$$= 0{,}36 \times (3114 + 1686) = 0{,}36 \times 4800 = 1728$$

3. a. La variable M_n est définie par :

$$M_n = \frac{Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n}{n}$$

Par linéarité de l'espérance :

$$E(M_n) = \frac{E(Z_1) + E(Z_2) + \cdots + E(Z_n)}{n}$$

Chaque variable Z_i suit la même loi que Z, donc $E(Z_i) = 120$.

Ainsi :

$$E(M_n) = \frac{n \times 120}{n} = 120$$

Pour la variance, les variables $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ sont indépendantes, donc :

$$V(Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n) = V(Z_1) + V(Z_2) + \cdots + V(Z_n)$$

Chaque variable Z_i a pour variance 1728, donc :

$$V(Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n) = n \times 1728$$

Ainsi :

$$V(M_n) = V\left(\frac{Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n}{n}\right) = \frac{1}{n^2} \times n \times 1728 = \frac{1728}{n}$$

3. b. On cherche :

$$P(114 < M_n < 126) \geq 0{,}85$$

Or :

$$114 < M_n < 126 \quad \Leftrightarrow \quad |M_n - 120| < 6$$

D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$P(|M_n - 120| \geq 6) \leq \frac{V(M_n)}{6^2}$$

$$\Leftrightarrow P(|M_n - 120| \geq 6) \leq \frac{\frac{1728}{n}}{36} = \frac{48}{n}$$

$$\Leftrightarrow P(|M_n - 120| < 6) \geq 1 - \frac{48}{n}$$

On veut donc :

$$1 - \frac{48}{n} \geq 0{,}85$$

$$\Leftrightarrow \frac{48}{n} \leq 0{,}15$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{48}{0{,}15} = 320$$

Le plus petit entier convenable est donc :

$$n = 320$$

Pour un échantillon d'au moins 320 familles, l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev permet d'affirmer que la probabilité que le montant moyen payé après réduction soit strictement compris entre 114 € et 126 € est au moins égale à 0,85.

EXERCICE 2 (4 points)

1. a. L'affirmation 1 est vraie.

On a :

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 1-0 \\ -3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Un vecteur normal au plan (P) d'équation

$$-x + y - 5z - 0{,}5 = 0$$

est :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}$$

Ainsi, $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur normal au plan (P). La droite (AB) est donc orthogonale au plan (P).

Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$I\left(\frac{3+2}{2}; \frac{0+1}{2}; \frac{2+(-3)}{2}\right)$$

$$I(2{,}5; 0{,}5; -0{,}5)$$

On vérifie si I appartient au plan (P) :

$$-2{,}5 + 0{,}5 - 5 \times (-0{,}5) - 0{,}5 = 0$$

Donc le plan (P) passe bien par le milieu du segment $[AB]$.

1. b. L'affirmation 2 est fausse.

Pour un point de la droite (d), on a :

$$x = t \quad \text{et} \quad y = -1{,}5 - t$$

Donc :

$$x + y = \mathrm{t} - 1{,}5 - \mathrm{t} = -1{,}5$$

Pour un point de la droite (AB), en utilisant un paramètre s, on peut écrire :

$$\begin{cases} x = 3 - s \\ y = s \\ z = 2 - 5s \end{cases}$$

Donc, sur la droite (AB) :

$$x + y = 3 - \mathrm{s} + s = 3$$

Un point ne peut pas vérifier à la fois $x + y = -1{,}5$ et $x + y = 3$. Les droites (d) et (AB) ne sont donc pas sécantes.

1. c. L'affirmation 3 est vraie.

On calcule les vecteurs :

$$\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 3 - 1{,}5 \\ 0 - (-3) \\ 2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 2 - 1{,}5 \\ 1 - (-3) \\ -3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Le produit scalaire vaut :

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 1{,}5 \times 0{,}5 + 3 \times 4 + 3 \times (-2) = 6{,}75$$

Les deux normes valent :

$$\| \overrightarrow{CA} \| = \sqrt{1{,}5^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$$

$$\| \overrightarrow{CB} \| = \sqrt{0{,}5^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$$

Donc :

$$\cos\left(\widehat{ACB}\right) = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{\| \overrightarrow{CA} \| \times \| \overrightarrow{CB} \|} = \frac{6{,}75}{4{,}5 \times 4{,}5} = \frac{1}{3}$$

Ainsi :

$$\widehat{ACB} = \arccos\left(\frac{1}{3}\right) \approx 70{,}5°$$

2. L'affirmation 4 est vraie.

Pour la porte A, il faut saisir un code de 3 symboles différents dans un ordre précis. Le nombre de codes possibles est donc :

$$8 \times 7 \times 6 = 336$$

La probabilité que Clotilde ouvre sa porte est donc :

$$\frac{1}{336} \approx 0{,}00297$$

Pour la porte B, il faut choisir 4 symboles différents parmi 8, mais l'ordre n'a pas d'importance. Le nombre de codes possibles est donc :

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

La probabilité que Titouan ouvre sa porte est donc :

$$\frac{1}{70} \approx 0{,}01428$$

Or :

$$\frac{1}{70} > \frac{1}{336}$$

Titouan a donc plus de chances d'ouvrir sa porte que Clotilde.

EXERCICE 3 (6 points)

Partie A : Phase de chauffage

1. L'équation différentielle est :

$$y' = -0{,}035y + 0{,}91$$

On cherche d'abord la solution constante. Elle vérifie :

$$-0{,}035y + 0{,}91 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{0{,}91}{0{,}035} = 26$$

Les solutions de l'équation différentielle sont donc les fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par :

$$y(t) = 26 + Ce^{-0{,}035t}$$

où C est un réel.

2. On sait que $T(0) = 18$. Or :

$$T(0) = 26 + Ce^{0} = 26 + C$$

Donc :

$$26 + C = 18$$

$$\Leftrightarrow C = 18 - 26 = -8$$

Ainsi, pour tout $t \in [0; +\infty[$:

$$T(t) = 26 - 8e^{-0{,}035t}$$

3. On cherche l'instant t tel que $T(t) = 20$.

$$26 - 8e^{-0,035t} = 20$$

$$\Leftrightarrow 8e^{-0,035t} = 6$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,035t} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -0,035t = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{4}{3}\right)}{0,035} \approx 8,22$$

Comme t est exprimé en dizaines de minutes, cela correspond à environ :

$$8,22 \times 10 = 82,2$$

La pièce atteindra donc 20°C au bout d'environ 82 minutes, soit environ 1 h 22 min.

4. Pour tout $t \geq 0$, on a :

$$e^{-0,035t} > 0$$

Donc :

$$T(t) = 26 - 8e^{-0,035t} < 26$$

La température reste donc toujours strictement inférieure à 26°C. Elle ne pourra donc pas dépasser 28°C selon ce modèle.

Partie B : Phas de refroidissement

1. On calcule u_1 à partir de la formule de récurrence :

$$u_1 = 0,965u_0 + 0,35 + 0,07e^{-0,1\times 0}$$

Comme $u_0 = 20$ et $e^0 = 1$, on obtient :

$$u_1 = 0,965 \times 20 + 0,35 + 0,07 = 19,3 + 0,42 = 19,72$$

2. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $u_n > 10$.

Initialisation : pour $n = 0$,

$$u_0 = 20 > 10$$

La propriété est donc vraie au rang 0.

Hérédité : supposons que, pour un entier naturel n, on ait :

$$u_n > 10$$

Alors :

$$u_{n+1} = 0{,}965u_n + 0{,}35 + 0{,}07e^{-0{,}1n}$$

Comme $u_n > 10$ et $e^{-0{,}1n} > 0$, on a :

$$u_{n+1} > 0{,}965 \times 10 + 0{,}35$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} > 9{,}65 + 0{,}35$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} > 10$$

La propriété est donc héréditaire.

Conclusion :

Par récurrence, pour tout entier naturel n :

$$u_n > 10$$

3. On admet que la suite (u_n) est décroissante. D'après la question précédente, elle est minorée par 10.

Une suite décroissante et minorée est convergente. Donc la suite (u_n) est convergente.

4. a. On note ℓ la limite de la suite (u_n).

Comme (u_n) converge vers ℓ, la suite (u_{n+1}) converge aussi vers ℓ. De plus :

$$\lim_{n\to+\infty} e^{-0{,}1n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{e^{0{,}1n}} = 0$$

En passant à la limite dans la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 0{,}965u_n + 0{,}35 + 0{,}07e^{-0{,}1n}$$

on obtient :

$$\ell = 0{,}965\ell + 0{,}35$$

4. b. On résout :

$$\ell = 0{,}965\ell + 0{,}35$$

$$\Leftrightarrow 0{,}035\ell = 0{,}35$$

$$\Leftrightarrow \ell = 10$$

Selon ce modèle, si le chauffage ne se remettait pas en marche, la température de la pièce tendrait vers 10°C. En pratique, le chauffage se remettra en marche avant, dès que la température sera inférieure ou égale à 18°C.

5. a. Le programme peut être complété ainsi :

```
def marche() :
    n = 0
    u = 20
    while u > 18 :
        u = 0.965*u + 0.35 + 0.07*exp(-0.1*n)
        n = n + 1
    return n
```

5. b. On calcule les valeurs successives de la suite jusqu'à passer sous 18.

$$u_7 \approx 18{,}12$$

$$u_8 \approx 17{,}87$$

Ainsi, la température devient inférieure ou égale à 18°C à partir de $n = 8$.

Le chauffage se remettra donc en marche au bout de 8 dizaines de minutes, c'est-à-dire après environ 80 minutes, soit 1 h 20 min.

EXERCICE 4 (5 points)

Partie A

1. Le point $A(0;1)$ appartient à la courbe représentative de f, donc :

$$f(0) = 1$$

Or :

$$f(0) = a + \frac{b\ln(1)}{1}$$

Comme $\ln(1) = 0$, on obtient :

$$f(0) = a$$

Donc :

$$a = 1$$

2. a. Le nombre $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente T_A à la courbe au point A.

D'après le graphique, la tangente T_A a pour coefficient directeur : 4.

Donc :

$$f'(0) = 4$$

2. b. D'après le graphique, autour du point d'abscisse 1, la courbe est tournée vers le bas : sa pente diminue.

Cela signifie que la fonction dérivée f' est décroissante autour de 1, donc :

$$f''(1) < 0$$

3. a. Pour tout $x \in]-1; +\infty[$, on a :

$$f(x) = a + b\frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

On dérive la fonction :

$$\frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

En posant $u(x) = \ln(x+1)$ et $v(x) = x+1$, on a :

$$u'(x) = \frac{1}{x+1} \qquad \text{et} \qquad v'(x) = 1$$

Donc :

$$\left(\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right)' = \frac{\frac{1}{x+1}(x+1) - \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

Ainsi :

$$f'(x) = \frac{b(1 - \ln(x+1))}{(x+1)^2}$$

3. b. En utilisant la formule précédente avec $x = 0$, on obtient :

$$f'(0) = \frac{b(1 - \ln(1))}{1^2} = b$$

Or, d'après la question 2.a :

$$f'(0) = 4$$

Donc :

$$b = 4$$

Partie B

1. On étudie la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

$$f(x) = 1 + \frac{4\ln(x+1)}{x+1}$$

Or :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} = \lim_{X\to+\infty} \frac{\ln(X)}{X} = 0$$

Donc :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$$

La droite d'équation $y = 1$ est donc une asymptote horizontale à la courbe représentative de f en $+\infty$.

2. On résout sur $]-1;+\infty[$:

$$1 - \ln(x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \ln(x+1) < 1$$

Comme la fonction logarithme népérien est strictement croissante sur $]0;+\infty[$, cela équivaut à :

$$\Leftrightarrow x + 1 < e$$

$$\Leftrightarrow x < e - 1$$

En tenant compte du domaine de définition, la solution est :

$$]-1; e-1[$$

3. On a :

$$f'(x) = \frac{4(1-\ln(x+1))}{(x+1)^2}$$

Sur $]-1;+\infty[$, le dénominateur $(x+1)^2$ est strictement positif. Le signe de $f'(x)$ est donc celui de :

$$1 - \ln(x+1)$$

D'après la question précédente :

- $f'(x) > 0$ sur $]-1; e-1[$
- $f'(e-1) = 0$
- $f'(x) < 0$ sur $]e-1;+\infty[$

On sait aussi que :

$$\lim_{x \to -1} f(x) = -\infty$$

et, d'après la question 1 :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$$

Enfin, on calcule l'extremum :

$$f(e-1) = 1 + \frac{4\ln(e)}{e} = 1 + \frac{4}{e}$$

On obtient ainsi le tableau de variation complet suivant :

x	-1		$e-1$		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	↗	$1+\frac{4}{e}$	↘	1

4. Sur l'intervalle $[2; +\infty[$, on a $2 > e - 1 \approx 1{,}718$. La fonction f est donc continue et strictement décroissante sur $[2; +\infty[$.

De plus :

$$f(2) = 1 + \frac{4\ln(3)}{3} \approx 2{,}46$$

Donc :

$$f(2) > 1{,}5$$

Et :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$$

Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 1{,}5$ admet une solution dans $[2; +\infty[$.

Comme f est strictement décroissante sur cet intervalle, cette solution est unique.

À la calculatrice, on obtient :

$$x \approx 25{,}1$$

5. a. On remarque que :

$$\left(\frac{1}{2}(\ln(x+1))^2\right)' = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

Donc :

$$\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1}\,dx = \left[\frac{1}{2}(\ln(x+1))^2\right]_0^2 = \frac{1}{2}(\ln 3)^2 - \frac{1}{2}(\ln 1)^2$$

Comme $\ln(1) = 0$, on obtient :

$$\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1}\,dx = \frac{1}{2}(\ln 3)^2$$

5. b. Sur l'intervalle $[0; 2]$, la fonction f est positive. L'aire demandée est donc :

$$\int_0^2 f\,(x)\,dx$$

Or :

$$\int_0^2 f\,(x)\,dx = \int_0^2 \left(1 + \frac{4\ln(x+1)}{x+1}\right)dx = \int_0^2 1\;dx + 4\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1}\,dx$$

$$= 2 + 4 \times \frac{1}{2}(\ln 3)^2 = 2 + 2(\ln 3)^2$$

L'aire du domaine est donc :

$$2 + 2(\ln 3)^2 \approx 4{,}41 \text{ unités d'aire.}$$

———

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.