Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Bac 2021 juin (Jour 2) Sciences de l'ingénieur http://labolycee.org

Partie Sciences physiques Durée : 30 min

EXERCICE A – Étude de la deuxième loi de Kepler

Mots-clés : repère de Frenet ; mouvement circulaire ; lois de Kepler.

Grâce aux données observationnelles constituées par Tycho Brahe, l'astronome Johannes Kepler publie en 1609 et 1619 trois lois :

- première loi : chaque planète décrit une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers ;
- deuxième loi : le segment Soleil-planète balaie des aires égales pendant des durées égales ;
- troisième loi : le cube du demi-grand axe de l'orbite divisé par le carré de la période de révolution est une constante.

Ces lois ont été énoncées historiquement dans le contexte très spécifique du système solaire. L'objectif de cet exercice est d'interroger plus spécifiquement la deuxième loi.

Les orbites elliptiques quasi-circulaires de la Terre et de Mars

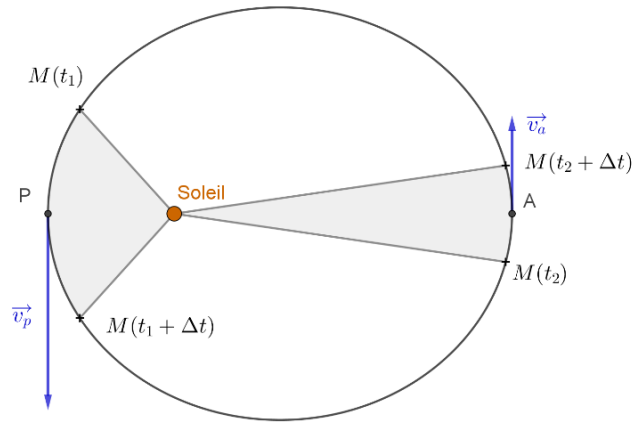
Les orbites de la Terre et de Mars sont souvent considérées comme circulaires. Ce sont pourtant des ellipses. Dans le référentiel héliocentrique, la valeur de leur vitesse varie le long de l'orbite entre v_{min} et v_{max}, tout comme la distance Soleil-planète varie entre R_{min} et R_{max}. Le rayon moyen R_{moy} est défini comme le rayon du cercle approximant au mieux

la trajectoire de la planète. La vitesse v_{moy} est défini comme la vitesse de la planète sur cette trajectoire circulaire.

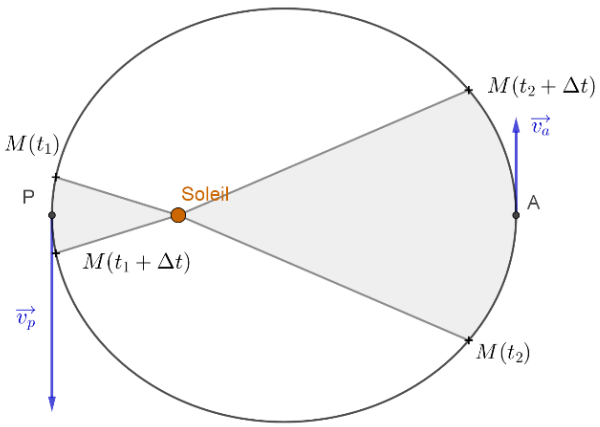
Terre	Mars	Jupiter
$v_{Tmin} = 29{,}3\ \text{km.s}^{-1}$ $v_{Tmax} = 30{,}3\ \text{km.s}^{-1}$ $v_{Tmoy} = 29{,}8\ \text{km.s}^{-1}$	$v_{Mmin} = 22{,}0\ \text{km.s}^{-1}$ $v_{Mmax} = 26{,}5\ \text{km.s}^{-1}$ $v_{Mmoy} = 24{,}1\ \text{km.s}^{-1}$	$v_{Jmin} = 12{,}4\ \text{km.s}^{-1}$ $v_{Jmax} = 13{,}7\ \text{km.s}^{-1}$ $v_{Jmoy} = 13{,}1\ \text{km.s}^{-1}$
$R_{Tmin} = 147 \times 10^6\ \text{km}$ $R_{Tmax} = 152 \times 10^6\ \text{km}$ $R_{Tmoy} = 150 \times 10^6\ \text{km}$	$R_{Mmin} = 207 \times 10^6\ \text{km}$ $R_{Mmax} = 249 \times 10^6\ \text{km}$ $R_{Mmoy} = 228 \times 10^6\ \text{km}$	$R_{Jmin} = 741 \times 10^6\ \text{km}$ $R_{Jmax} = 816 \times 10^6\ \text{km}$ $R_{Jmoy} = 778 \times 10^6\ \text{km}$

1. À l'aide de la deuxième loi de Kepler, identifier le schéma correct parmi les suivants. Justifier.
   Pour chaque schéma, on représente la position de la planète au voisinage de son périhélie P (respectivement aphélie A) entre les instants t_1 et $t_1 + \Delta t$ (respectivement t_2 et $t_2 + \Delta t$) ainsi que son vecteur vitesse à cette position dans le référentiel héliocentrique.

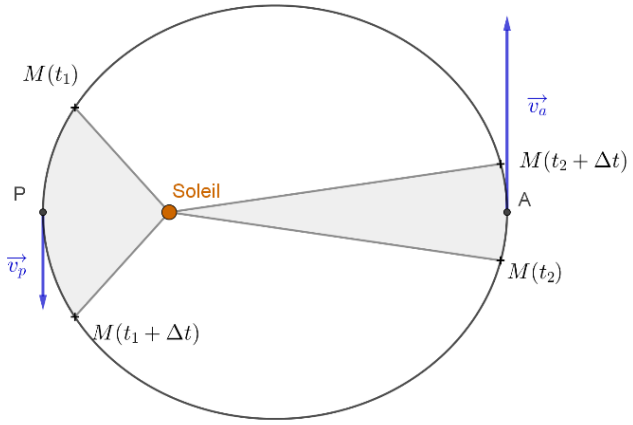
a.



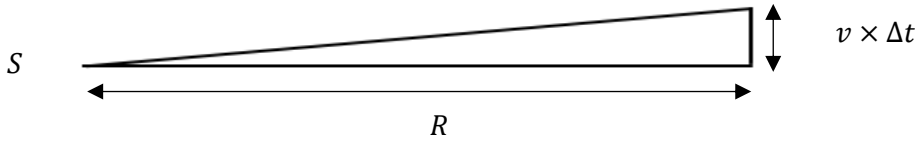
b.



c.



Lorsque la planète est située à l'aphélie ou au périhélie, le segment Soleil-Terre est perpendiculaire au vecteur vitesse. L'aire balayée par le segment Soleil-Terre pendant une durée Δt courte devant la période de révolution, correspond approximativement alors à l'aire du triangle rectangle ayant pour sommets S, le centre du Soleil, $M(t)$, position de Terre à l'instant t et $M(t+\Delta t)$, position de Terre à l'instant $t+\Delta t$:



Dans le schéma ci-dessus, R est la longueur du segment Soleil-Terre, et $v \times \Delta t$ la distance parcourue par la planète durant la durée Δt à la vitesse v.

2. Exprimer l'aire balayée par le segment Soleil-Terre durant Δt en fonction de R, v et Δt.

3. En déterminant la valeur de l'aire balayée par le segment Soleil-Terre durant $\Delta t = 1\ \text{s}$, vérifier que les données dans le cas de la Terre sont compatibles avec la seconde loi de Kepler.

4. À l'aide des données disponibles déterminer si l'aire balayée durant 1 s est la même pour la Terre et pour Mars.

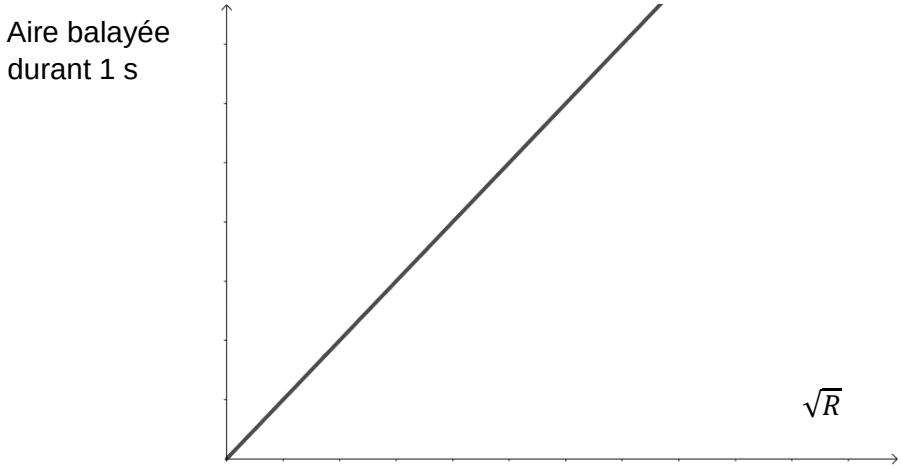
Pour la suite de l'exercice, on assimilera les orbites à des cercles. On souhaite étudier l'aire balayée en fonction du rayon de l'orbite pendant une même durée. On étudie une planète dont l'orbite est supposée parfaitement circulaire de rayon R. On note M_S la masse du Soleil.

5. À l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'expression de la vitesse v en fonction de G, R, et M_S : $v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$.

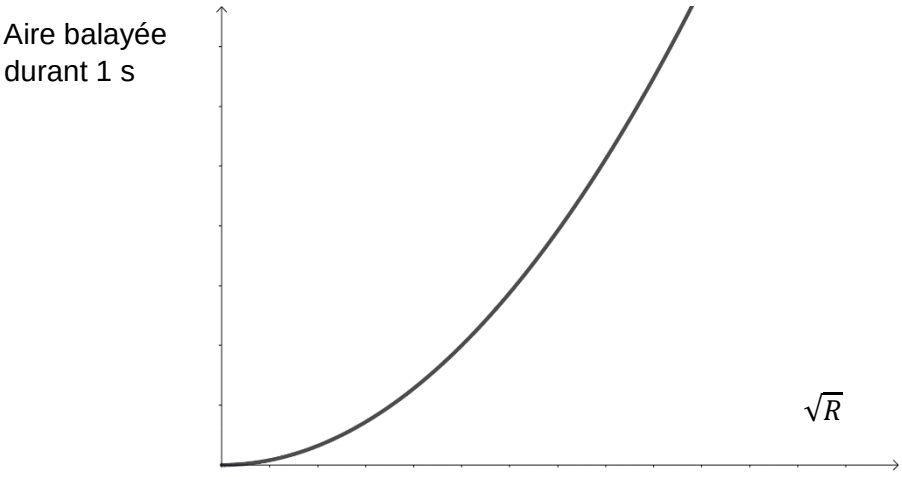
6. Déterminer l'expression de l'aire balayée durant Δt en fonction de G, R, M_S et Δt.

7. Identifier le graphique correspondant à l'expression de l'aire en fonction de la racine carrée du rayon parmi les propositions suivantes. Justifier.

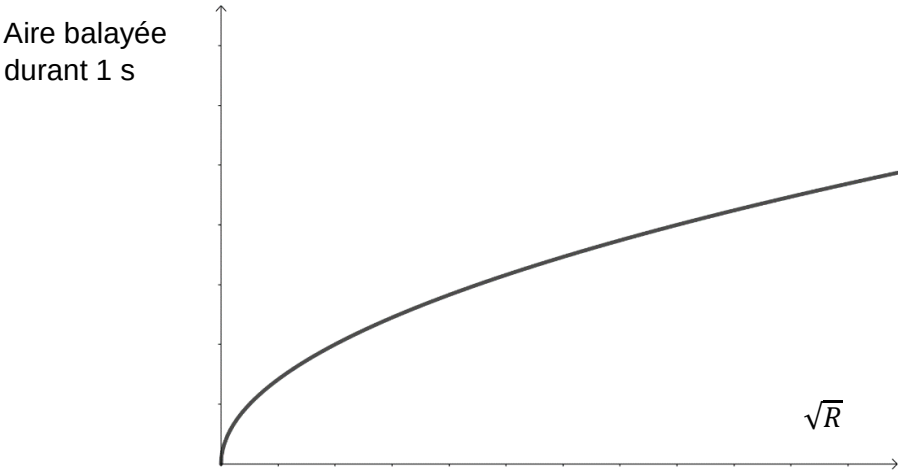
Graphique a



Graphique b



Graphique c



Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.