Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Bac 2022 Métropole (jour 1) **Correction © https://labolycee.org**
Spécialité Sciences de l'Ingénieur **30 minutes**
Exercice B – LA FERMENTATION LACTIQUE DU YAOURT (10 points)

Q1. Le transfert thermique se fait du corps chaud vers le corps froid donc ici du lait vers l'air.

Q2. Le système {récipient + lait} étant considéré incompressible : $\Delta U = C.\Delta T = C.(T(t+\Delta t) - T(t))$
Vu que le système refroidit, $T(t+\Delta t) < T(t)$ donc $\Delta U < 0$.

Q3. Le système {récipient + lait} est au repos macroscopique (son énergie mécanique ne varie pas) ; le 1er principe de la thermodynamique donne $\Delta U = Q + W = Q$ ici car $W = 0$ (pas d'échanges sous forme de travail).
Donc $Q = \Delta U = C.\Delta T$ (avec $\Delta T = T(t+\Delta t) - T(t)$)
La loi de Newton donne : $Q = h.S.\left(T_{EXT} - T(t)\right).\Delta t$
En égalant les deux expressions de Q : $C.\Delta T = h.S.\left(T_{EXT} - T(t)\right).\Delta t$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{h.S}{C}.\left(T_{EXT} - T(t)\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} - \frac{h.S}{C}.T(t) = \frac{h.S}{C}.T_{EXT}$$

En faisant tendre Δt vers 0, on obtient $\frac{dT}{dt} - \frac{h.S}{C}.T(t) = \frac{h.S}{C}.T_{EXT}$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{1}{\tau}.T(t) = \frac{1}{\tau}.T_{EXT} \text{ avec } \tau = \frac{C}{h.S} \text{ par identification.}$$

Q4. La solution de l'équation différentielle étant : $T(t) = \left(T_0 - T_{EXT}\right) \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{EXT}$.

L'équation de la courbe modélisée est : $y = 29 \times e^{-\frac{x}{38}} + 27$
Par identification : $y \leftrightarrow T(t)$,
$x \leftrightarrow t$,
$\tau = 38$ min,
$T_{EXT} = 27$ °C,
$T_0 - T_{EXT} = 29 \Leftrightarrow T_0 = 29 + T_{EXT} = 29 + 27 = 56$ °C

Q5. Déterminons la durée pendant laquelle la température reste comprise entre 42 °C et 45 °C :

$$T(t) = \left(T_0 - T_{EXT}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{EXT} \Leftrightarrow T(t) - T_{EXT} = \left(T_0 - T_{EXT}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{T(t) - T_{EXT}}{T_0 - T_{EXT}}$$

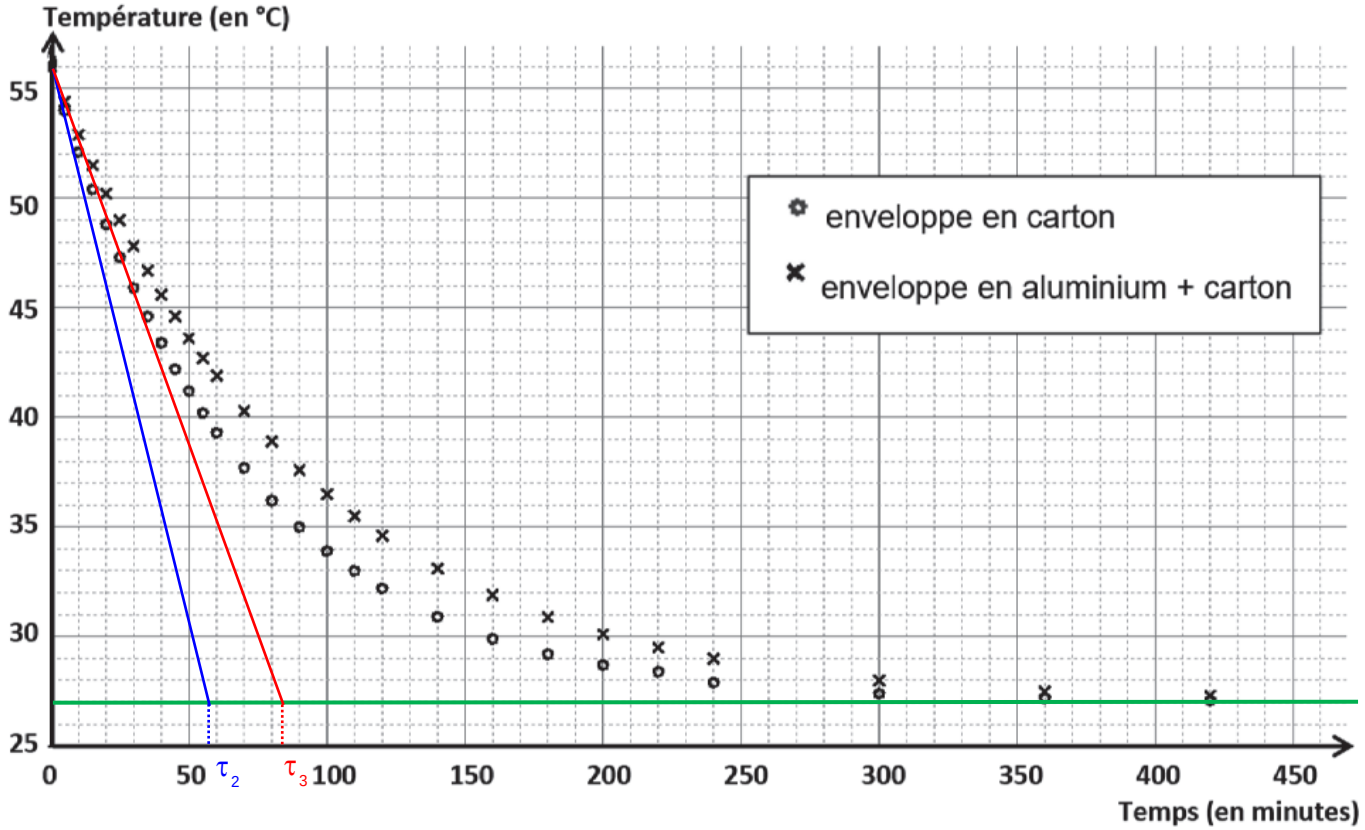
$$\Leftrightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{T(t) - T_{EXT}}{T_0 - T_{EXT}}\right) \Leftrightarrow t = -\tau.\ln\left(\frac{T(t) - T_{EXT}}{T_0 - T_{EXT}}\right)$$

Pour $T(t_1) = 45$ °C : $\Leftrightarrow t_1 = -38 \times \ln\left(\frac{45 - 27}{56 - 27}\right) = 18$ min

Pour $T(t_2) = 42$ °C : $\Leftrightarrow t_2 = -38 \times \ln\left(\frac{42 - 27}{56 - 27}\right) = 25$ min

La durée est $\Delta t = t_2 - t_1 = 25 - 18 = 7$ min, donc très inférieure à la durée minimale comprise entre 3 et 4 heures. La fermentation n'a pas pu se réaliser correctement

Q6. La durée caractéristique d'évolution τ s'obtient en traçant l'intersection de la tangente à la courbe $T = f(t)$ et l'asymptote horizontale $T = T_{EXT} = 27$ °C ici.



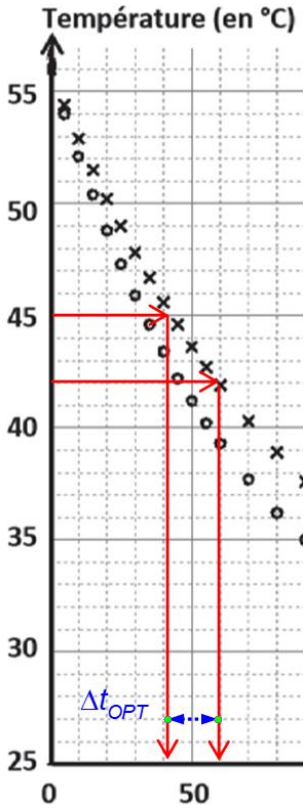
Pour la 2ème expérience (carton) : $\tau_2 = 57$ min environ.

Pour la 3ème expérience (carton + aluminium) : $\tau_3 = 83$ min environ.

Q7. La feuille d'aluminium a diminué les échanges thermiques **par rayonnement** (ce qui augmente la durée du refroidissement).

Q8. La fermentation a lieu de manière optimale entre 42 °C et 45 °C.
Dans le cas de la 3ème expérience, cela correspond $\Delta t_{OPT} = 20$ min environ.

Cette durée demeure encore insuffisante car elle est très inférieure aux 3 ou 4 heures nécessaires.



Q9. Une yaourtière électrique va chauffer légèrement le mélange {lait + ferments} pour maintenir la température optimale en compensant les pertes thermiques vers l'air extérieur.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.