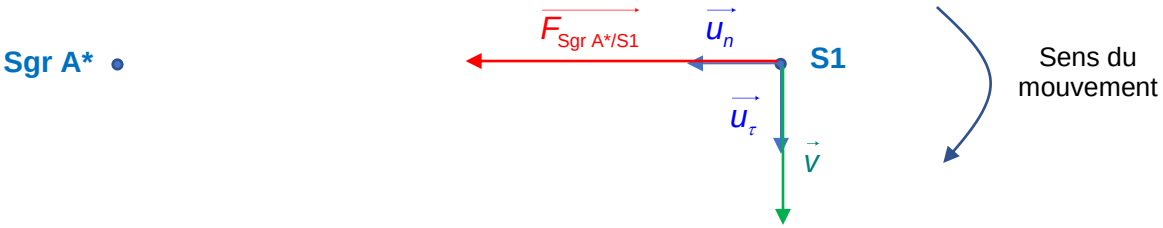
Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

Bac 2023 Métropole (jour 2) **Correction © https://labolycee.org**
Sciences physiques pour sciences de l'ingénieur.e
Exercice B – Sagittarius A* (10 points-30 min)

Q1.



Q2. Système : {S1} de masse M_1
Référentiel : lié à Sgr A* considéré galiléen
Inventaire des forces : uniquement la force d'attraction gravitationnelle exercée par Sgr A* :

$$\overrightarrow{F_{Sgr\ A^*/S1}} = G.\frac{M_1.M_{A^*}}{R^2}.\vec{u}_n$$

Deuxième loi de Newton ($\sum \overrightarrow{F_{ext.}} = M_1.\vec{a}$): $\overrightarrow{F_{Sgr\ A^*/S1}} = M_1.\vec{a}$

donc $G.\frac{M_1.M_{A^*}}{R^2}.\vec{u}_n = M_1.\vec{a}$ soit finalement $\vec{a} = \frac{G.M_{A^*}}{R^2}.\vec{u}_n$

Q3. Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire $\vec{a} = \frac{v^2}{R}.\vec{u}_n + \frac{dv}{dt}\vec{u}_\tau$

Par analogie entre les deux expressions de $\vec{a}$, on en déduit que selon $\vec{u}_\tau$: $\frac{dv}{dt} = 0$

donc v = constante : le mouvement est uniforme.

Q4. Par analogie, selon $\vec{u}_n$: $\frac{v^2}{R} = \frac{G.M_{A^*}}{R^2} \Leftrightarrow v^2 = \frac{G.M_{A^*}}{R} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_{A^*}}{R}}$.

Q5. La vitesse étant constante, on peut écrire : $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2\pi.R}{T}$ pour une révolution.

Donc $T = \frac{2\pi.R}{v}$.

Élevons au carré chaque terme de l'égalité : $T^2 = \frac{4\pi^2.R^2}{v^2} = \frac{4\pi^2.R^2}{\left(\frac{G.M_{A^*}}{R}\right)}$ d'après Q4.

Ainsi $T^2 = 4\pi^2.R^2 \times \frac{R}{G.M_{A^*}} = \frac{4\pi^2.R^3}{G.M_{A^*}}$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_{A^*}}$$

Q6. L'expression générale (et dans son sens historique) de la 3ème loi de Kepler est $\frac{T^2}{a^3} = \text{cste}$ où *a* est le demi grand-axe de la trajectoire elliptique.

La modélisation montre une proportionnalité entre T^2 et a^3 ,ce qui confirme que $\frac{T^2}{a^3} = \text{cste}$ et que la 3ème loi de Kepler est généralisable aux 5 étoiles étudiées.

Q7. D'après Q5. : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_{A^*}}$ et d'après Q6. : $\frac{T^2}{a^3} = \text{cste} = 7,342\times10^{-26}$ $s^2.m^{-3}$ (modélisation)

Ainsi, $\frac{4\pi^2}{G.M_{A^*}} = \text{cste} \Leftrightarrow M_{A^*} = \frac{4\pi^2}{G.\text{cste}}$

soit $M_{A^*} = \frac{4\pi^2}{6,67\times10^{-11}\times7,342\times10^{-26}} = 8,06\times10^{36}\text{kg}$

Calculons $\frac{M_{A^*}}{M_S}$: $\frac{M_{A^*}}{M_S} = \frac{8,06\times10^{36}}{1,989\times10^{30}} = 4,05\times10^6$ soit 4,05 millions.

Ce résultat est proche des $(4,30 \pm 0,01)$ millions de masses solaires.

Calculons l'écart normalisé (« z-score ») : $z = \frac{|4,05-4,30|}{0,01} = 25$.

La valeur de l'écart normalisé est largement supérieure à 2 : la valeur trouvée dans cet exercice est cohérente mais n'est pas en accord avec la valeur annoncée en introduction.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.