Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

EXERCICE B – Le destin funeste de la planète Kepler-1658b

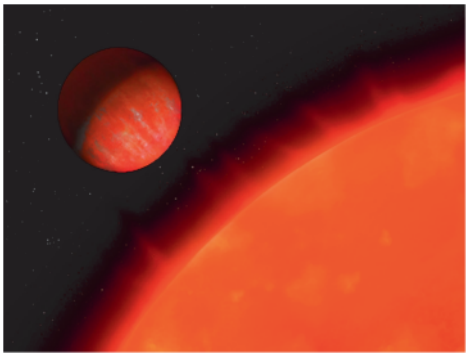


Figure 1. Vue d'artiste de la planète Kepler-1658b se rapprochant de son étoile Kepler-1658
(*Science&Vie le 2 janvier 2023*)

L'exoplanète Kepler-1658b est la toute première exoplanète observée par le télescope spatial Kepler. Elle se trouve sur une orbite très proche de son étoile (le rayon de l'orbite est estimé à 7,25 millions de kilomètres), ce qui fait que la température de la planète est très élevée. C'est la première fois que des astronomes découvrent une exoplanète comme Kepler-1658b et son destin tragique : elle va tellement s'approcher de son étoile (figure 1) qu'elle finira par s'y écraser, signant ainsi sa complète destruction.

D'après Science&Vie le 2 janvier 2023

Et si elle se rapproche toujours au même rythme de son étoile, elle entrera en collision avec celle-ci dans près de trois millions d'années.

D'après : https://www.futura-sciences.com/

L'objectif de l'exercice est de modéliser le mouvement de la planète Kepler-1658b tout d'abord au cours d'une révolution, puis sur une échelle de temps plus longue.

Données :

- masse de la planète Kepler-1658b : $m_P = 1{,}12\times10^{28}$ kg ;
- période de révolution de la planète Kepler-1658b autour de son étoile en 2023 : $T = 3{,}85$ jours ;
- masse de l'étoile Kepler-1658 : $m_E = 2{,}88\times10^{30}$ kg ;
- constante universelle de la gravitation : $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·kg^{-2}·m^2 ;
- on rappelle que pour une grandeur A : $\sqrt[3]{A} = A^{1/3}$.

La planète Kepler-1658b est assimilée à son centre de masse, P, dans le référentiel centré sur l'étoile Kepler-1658 et dont les axes pointent vers trois étoiles lointaines de directions à peu près constantes. On suppose ce référentiel galiléen au regard des durées et des distances mises en jeu. Dans un premier temps, on modélise la trajectoire de P par un cercle dont le rayon est noté r et dont le centre correspond au centre de masse de l'étoile, noté E.

Q1. Dans l'hypothèse d'un mouvement circulaire, schématiser la trajectoire de P autour de E sans souci d'échelle. Représenter le repère de Frenet associé à la planète en indiquant les vecteurs unitaires $(\vec{u_t}, \vec{u_n})$ constituant la base de ce repère.

Q2. Déterminer, à l'aide de la deuxième loi de Newton, l'expression vectorielle de l'accélération de P, $\overrightarrow{a_P}$, en fonction de G, m_E, r et de la base de Frenet.

Q3. Dans cette hypothèse du mouvement circulaire, en déduire que le mouvement de P est uniforme et montrer que l'expression de la norme de son vecteur vitesse est :

$$v = \sqrt{\frac{G\,m_E}{r}}$$

On note T la période de révolution de P autour de E.

Q4. Montrer que l'expression du rayon de l'orbite de la planète représentée par le point P vérifie la relation :

$$r^3 = \frac{G\,m_E\,T^2}{4\,\pi^2}$$

Q5. Déterminer la valeur de r et la comparer avec les données de l'article de *Science & Vie*.

Dans leur article paru en décembre 2022, une équipe d'astronomes a montré que la valeur de la période de révolution de la planète Kepler-1658b diminuait de 131 ms par année terrestre.

Q6. En admettant que cette diminution est invariante au cours du temps, vérifier qu'à chaque révolution, la période de révolution de la planète Kepler-1658b diminue de ΔT = 1,38 ms.

Q7. Comparer cette diminution avec la période de révolution et justifier que la période T peut être considérée constante pour **un faible nombre de révolutions**.

Q8. Déterminer qualitativement, à l'aide de l'expression donnée à la question **Q4** qu'on supposera encore valide, si le rayon de l'orbite augmente ou diminue légèrement à chaque révolution.

Pour un grand nombre de révolutions, le mouvement de la planète Kepler-1658b est modélisé par une succession de trajectoires quasi circulaires dont le rayon varie à chaque révolution.

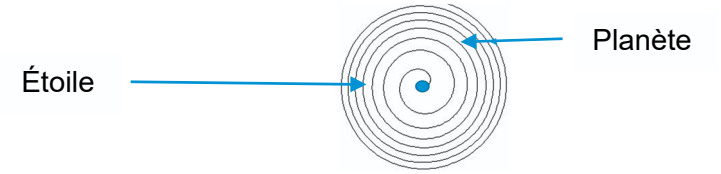


Figure 2. Représentation fictive de la trajectoire d'une planète qui « tomberait » sur son étoile

Q9. Le calcul de la période de révolution de la planète juste avant l'impact prévoit une valeur beaucoup plus faible (1 600 s) que celle de 2023 indiquée dans les données. En considérant que la période diminue de 131 ms par année terrestre, confirmer la prévision « si elle se rapproche toujours au même rythme, elle entrera en collision avec celle-ci dans près de trois millions d'années ».

Le candidat est invité à prendre des initiatives, et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.