Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SI, veuillez visiter :
bac-maths-si.fr/annales-sujets-et-corriges

EXERCICE B – Mission JUICE : percer les secrets des lunes glacées de Jupiter

La mission européenne JUICE s'est envolée le 14 avril 2023 à bord d'une fusée Ariane 5 pour un long voyage de 8 ans. La sonde JUICE va explorer Jupiter et trois de ses plus grands satellites. En décembre 2034, JUICE effectuera son insertion orbitale autour de l'un d'entre eux, Ganymède. L'orbite elliptique initiale de JUICE sera suivie d'une orbite circulaire à 5 000 km d'altitude, puis d'une orbite circulaire à 500 km d'altitude.

D'après *https://reves-d-espace.com/juice-destination-jupiter-et-ses-lunes-glacees/*



Figure 1. Vue d'artiste de la sonde JUICE avec Jupiter en arrière-plan.

On se place dans un référentiel « ganymédocentrique » dont l'origine est le centre G de Ganymède et dont les trois axes pointent vers des étoiles lointaines de direction fixes. On suppose que JUICE n'est soumise qu'à la force d'attraction gravitationnelle de Ganymède et est modélisée par son centre de masse J.

L'objectif de cet exercice est de vérifier la cohérence de la description de la mission JUICE fournie en introduction avec les lois de Kepler.

Dans un premier temps on s'intéresse à la phase d'insertion durant laquelle l'orbite de J autour de G est elliptique. Les positions de J sont représentées par des points J_1 et J_2 à deux instants particuliers différents.

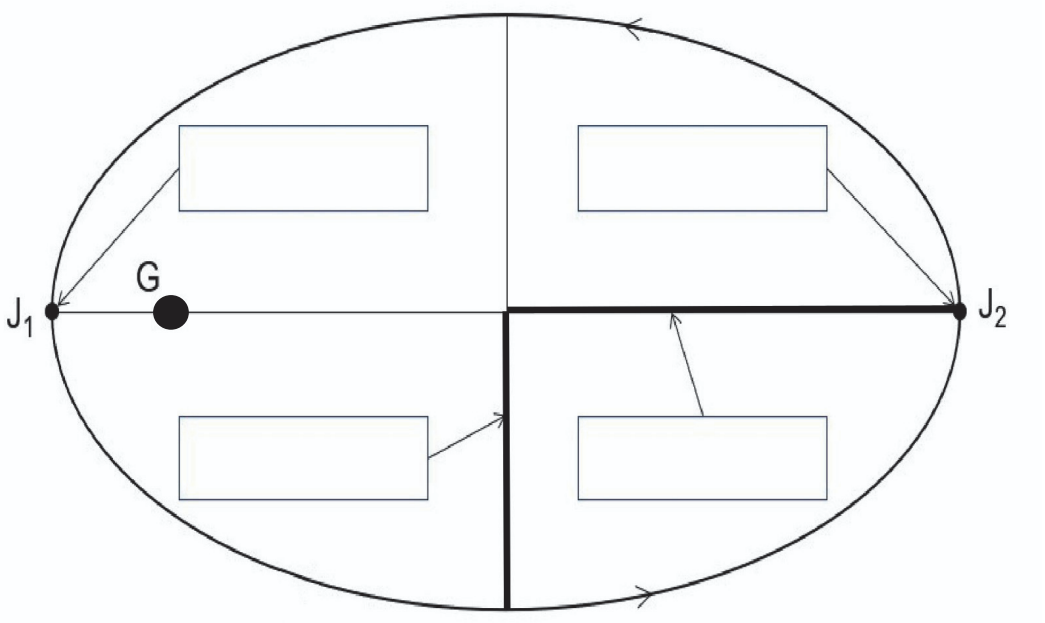


Figure 2. Schéma de la trajectoire de la sonde JUICE autour de Ganymède.

Données :

- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²· kg^{-2} ;
- masse de Ganymède : $M = 1{,}48 \times 10^{23}$ kg ;
- apoastre : point d'une orbite le plus éloigné du centre de masse de l'astre attracteur ;
- périastre : point d'une orbite le plus proche du centre de masse de l'astre attracteur.

Q1. Reproduire sur la copie le schéma de la figure 2 et le compléter avec les mots suivants : demi-grand axe, demi-petit axe, apoastre et périastre.

Q2. Énoncer la deuxième loi de Kepler puis l'illustrer pour l'orbite de J autour de G en représentant sur le schéma précédent les aires balayées par le rayon vecteur autour des points J_1 et J_2 pendant des intervalles de temps à peu près égaux.

Q3. Sur le schéma précédent, tracer les vecteurs vitesse en J_1 et J_2, sans souci d'échelle mais en respectant les tailles relatives de ces deux vecteurs.

Dans la suite de l'exercice, on s'intéresse aux orbites circulaires que JUICE effectuera par la suite autour de Ganymède.

Q4. En appliquant la deuxième loi de Newton à J, donner l'expression vectorielle de son accélération $\vec{a}$ de la sonde dans le repère de Frenet centré sur J en fonction du rayon d'une orbite circulaire R, de la masse M de Ganymède et des vecteurs unitaires $(\overrightarrow{u_n}, \overrightarrow{u_t})$ de la base de Frenet. On note m la masse de J.

Q5. En déduire l'expression de la vitesse v de J en fonction de G, M et R.

Q6. En déduire l'expression suivante de la troisième loi de Kepler appliquée, pour une orbite circulaire, à J :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\,\pi^2}{G\,M}$$

avec T la période de révolution de J autour de G.

La sonde JUICE parcourra deux orbites circulaires autour de Ganymède, une orbite lointaine à une distance R_1 = 5 000 km et une orbite proche à R_2 = 500 km, pour notamment explorer les fonds océaniques et le champ magnétique de Ganymède.

Q7. À l'aide de la troisième loi de Kepler, calculer la période de révolution T_1 associée à l'orbite de rayon R_1 de J.

Q8. Proposer une méthode permettant de retrouver la valeur de la masse M de Ganymède à partir des mesures qui pourraient être effectuées par la sonde en 2034.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.